

平成10年度

直観的に見たり, 論理的に考えたりする力を 育成する指導に関する研究

— 自ら考え, 自ら問題を解決していくことのできる児童生徒の育成を目指して —

川崎市総合教育センター 算数・数学科研究会議

直観的に見たり論理的に考えたりする力を 育成する指導に関する研究

— 自ら考え、自ら問題を解決していくことのできる児童生徒の育成を目指して —

算数・数学科研究会議

菱沼 彰¹ 榎原 真也² 田中 仁浩³ 山本 直⁴ (平成10年度)
小酒井英一⁵ (平成10年度) 下田 照雄⁶ (平成9年度) 渡邊 直美⁷ (平成9年度)

要 約

算数・数学の学習において、思考や態度に関する学力が、知識や技能のそれに比べ低いことが指摘されている。これまでの指導は、答えの真偽を確かめる姿勢を育成することや、自分の考えを筋道立てて発表する場面の設定が少なかったと考えられる。このような現状から、「自分なりの考えをもって取り組めるようにする。」(＝直観力)、「自分の考えを振り返ることができるようにする。」(＝論理的思考力)が必要であり、これらを育てることが自ら考え問題を解決できる児童生徒の育成につながると考えた。

そのために次の5つの視点から研究を進めた。①直観と論理的思考の実体を明らかにする。②直観力と論理的思考力を育成するための手だてを探る。③直観と論理的思考の関連を図った学習過程を構想する。④直観力と論理的思考力が育成されたかどうかを検証する方法を探る。⑤検証授業を通して、研究仮説の検証を行う。

その結果、検証授業から次のような知見が得られた。

- ①オープンな(正答がいく通りにも可能になるように条件づけた)課題を設定することにより柔軟な思考をすることができ、関心意欲が高まる課題を設定することにより直観や論理的思考を働かせることができる。
- ②同じ課題でも発問を工夫することにより、直観や論理的思考の働きに違いが現れる。
- ③操作や作業を取り入れ試行錯誤を繰り返すことにより、直観や論理的思考に深まりが見られる。
- ④数学的検証活動を重視することによって論理的思考力が育つ。

今後の課題として、試行錯誤の段階や数学的検証活動をいかに効果的に学習過程に設定していくか、また児童生徒の変容をどう客観的に捉えるかを考える必要がある。

キーワード：算数・数学、直観(力)、論理的思考(力)、数学化、数学的検証、試行錯誤

目 次

I 主題設定の理由……………22	5. 検証授業を実施して、研究仮説の 検証を行う…………… 28
1. 研究のねらい……………22	(1) 検証授業1…………… 28
2. 研究の基本的な考え方……………23	(2) 検証授業2…………… 30
3. 研究の方法……………24	(3) 検証授業3…………… 32
II 研究の内容……………24	(4) 検証授業4…………… 33
1. 直観と論理的思考の実体を明らかにする…24	(5) 検証授業5…………… 34
2. 直観力と論理的思考力を育成するための 手だてを探る……………25	III 研究の成果と今後の課題…………… 34
3. 直観と論理的思考の関連を図った学習 過程を構想する……………27	1. 研究の成果…………… 34
4. 直観力と論理的思考力の育ちの検証の 仕方を探る……………27	2. 今後の課題…………… 36
	おわりに…………… 36
	参考文献・指導助言者…………… 36

¹ 川崎市立南大師中学校教諭(平成9年度研修員,平成10年度主任研修員)

² 川崎市立渡田中学校教諭(研修員)

³ 川崎市立王禅寺小学校教諭(研修員)

⁴ 川崎市立有馬小学校教諭(研修員)

⁵ 川崎市総合教育センター研修指導主事

⁶ 川崎市立玉川中学校教頭(前川崎市総合教育センター研修指導主事)

⁷ 川崎市教育委員会指導主事(平成9年度川崎市総合教育センター主任研修員)

I 主題設定の理由

1. 研究のねらい

(1) 算数・数学科の現状

平成2年から行われた国立教育研究所の「基礎学力調査」¹⁾や、平成5年度から平成7年度にかけて実施された文部省「教育課程実施状況調査」²⁾の結果からは、思考に関する学力が知識・技能の面に比べ低いことが指摘されている。

【表1】国立教育研究所「基礎学力調査」

行動類型	算数(小6)		数学(中2)	
	問題数	正答率(%)	問題数	正答率(%)
知識	10	64.9	14	64.7
理解	13	56.1	15	53.0
思考	13	47.4	11	53.1
技能	9	67.9	9	68.4
態度	9	48.4	6	46.7

【表2】文部省「教育課程実施状況調査」

(算数・数学の学年ごとの正答率)

	小5	小6	中1	中2	中3
全体平均(%)	66.8	64.6	58.6	63.2	61.1
数学的な考え方(%)	63.5	56.0	40.7	56.4	46.4

第1回の本研究会議ではじめに話し合われた内容は、平成8年3月の国立教育研究所の調査³⁾で指摘された「算数・数学離れ」についてである。

確かにこの調査によれば、小学校4年から中学校3年までの「嫌いな教科」の1位は算数・数学である。しかし、興味深いことに、同じ小4から中3までを見ると、小4、小5、中1で第5位ではあるが、「好きな教科」として算数・数学が選ばれている。このことから、どの教科でも指導のあり方いかんで、好きにも嫌いにもなる要素を持っているが、特に算数・数学はその傾向の強い教科であるといえるのではないだろうか。

そこで、児童生徒の現状を、思考や態度についての観点から考えてみると、次のような姿が見られることが問題点としてあげられた。

- ・形式的な操作が適用でき、比較的すぐに答えがでる課題には意欲的に取り組むが、難しい課題に直面すると自分で解こうとせず、他に依存する傾向が見られる。
- ・自分で解いた問題でも、その根拠を問われると、筋道立てて説明することは苦手である。
- ・問題を解いたとき、他の方法を試したり、一般化したりしようとする姿勢があまり見られない。
- ・自分から答えを見直したり、確かめをしようとして、正しいか否かは友達や教師の言う答えや正答を見て判断する傾向がある。

しかし、それと同時に、算数・数学を苦手とする児童生徒であっても、「分かるようになりたい」「できるようになりたい」という気持ちをもっていることも見逃せないという共通認識を得た。

「根拠を持って筋道立てて説明することが苦手」なことや「確かめを自ら進んでしようとしめない」ことの実体は、前出の「基礎学力調査」の、次の問題からも読みとることができる。(この問題の対象は小学校6年生)

右の図のように、たてにも横にも同じ数ずつ、ご石をならべることにします。

(1) ご石がたてにも横にも10個ずつ並んでいるとき、そのご石の数は全部で何個ですか。①～⑤の中から1つ選びなさい。

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

この問題の反応率(%)は、それぞれ ① 3.0 ② 2.1 ③ 54.9(正答) ④ 7.2 ⑤ 32.7 無答0.1であった。

正答率は半数を上回っているものの、⑤の40を選んだ児童が3割以上にのぼっている。誤答の原因はおそらく、(1辺の数)×4を考え、10×4=40と計算したと推測される。この場合、問題文の「たてにも横にも10個ずつ」から10×4と立式したことは、1つの見通しであるといえる。しかし、問題では図が与えられているのであるか

¹⁾ 国立教育研究所 「特別研究「基礎学力調査」報告書」 1992年1月

(表における“態度”とは見方や考え方の傾向であって、自分の行動に対して指示力をもつ情意的側面である。

例えば、統合的・発展的な見方をもとうとしているかなどである。)

²⁾ 文部省 「教育課程実施状況調査」 1994年2月実施 (「初等教育資料」 1997年11月号)

³⁾ 国立教育研究所 「「理数に関する関心調査」報告書」 1996年3月

ら、さらにこれをもとに10×4の真偽について検討する態度があれば、⑤の反応率は下がることが予想される。

(2) 研究主題の設定

このような児童生徒の現状から、いわゆる「考える力」があまり育っていないことがわかる。それは、これまでの指導が、知識・理解や表現・処理の面での指導に偏っていたからではないだろうか。たとえば、計算をしてもその答えの真偽を自分から確かめようとする姿勢を育成しなかったり、自分の考えを友達の前で筋道立てて発表したりする場面を設定しなかったりということが挙げられるのではないだろうか。

このことをふまえ、今後の授業改善の視点を次のように考えた。

○自分なりの考えを持って取り組めるようにする。

課題が難しいとどうしてよいか何も手掛かりをつかめず、あきらめてしまう児童生徒が見られる。既習事項の適用だけでは解決できないような場合でも、それをもとにして「こうすれば解けそうだ」という手掛かりを得るために、直観を働かせることができるようにすることが重要である。

○自分の考えを振り返ることができるようにする。

児童生徒が自ら、自分の考えや導かれた結果が正しいかどうか判断できるようにする態度と能力を育成する必要がある。そのためには数学的検証の場面を一層重視し、既習事項などを根拠として論理的に考える力を育て伸ばすことが重要である。

以上のことから、次のように研究主題を設定した。

直観的に見たり論理的に考えたりする力を育成する指導に関する研究

さらに、副主題を、「自ら考え、自ら問題を解決していくことのできる児童生徒の育成を目指して」とした。

なお、本研究では、以下「直観的に見る力」と「直観力」、「論理的に考える力」と「論理的思考力」をそれぞれ同義で表現する。

2. 研究の基本的な考え方

(1) 研究を進めるにあたって

算数・数学の学習では、主に次の3種類の学習部分が

考えられる。

- ① 技能習熟の学習
- ② 問題解決的な学習
- ③ 発展的な学習

主に直観や論理的思考力が働き、育成する場面としては、②や③の部分と考えられるので、この研究では、特に②と③の学習部分について考えていきたい。

(2) 直観と論理的思考について

ポアンカレ⁴⁾は、直観と論理について次のように述べている。「すべての道のうちで、目的にもっともすみやかに達するように導いてくれる道はどれだろうか。どの道を選ぶべきかを誰が教えてくれるのだろうか。我々には目的を遠くから見えるようにしてくれる能力が必要である。その能力こそすなわち直観なのである。」「直観だけでは厳密性は得られない。また、確実性さえも得られない。」「確実さを与え得るのは論理だけであって、これは証明の道具であり、直観は創案の道具なのである。」「このことから判断すると、直観は論理の進むべき道筋を導くものであり、一方、論理は直観から得られた道筋が正しいか否かを証明することに働くものであると理解する。したがって、直観と論理的思考は互いに補いながら働くものである捉えることができる。

ところで「直観」が「洞察」と同義に考えられ、これまでの算数・数学の指導でも、「正しいことを見抜く」といった一面で考えられがちであるが、このことについて、松原元一⁵⁾は、ポアンカレを引用しつつ、直観の働きにおける試行錯誤の重要性を指摘している。これによれば、「試行錯誤」について「十分に『見通し』をたて確信を持ってあたってみて、しかも誤っていたとき、更に『見通し』を立て直す。これが十分に思考を伴った試行錯誤である。」と述べている。

また清水静海⁶⁾は、「誤らないようにする」との指導を「誤ることもある」との指導観に転換し、誤りを未然に防ぐこと、誤りを発見すること、誤りを生かすこと、正しい方法を生み出すことなどに関わる指導を意図的、計画的に進めていく必要があることを強調している。

したがって、直観力、論理的思考力を育成するにあたっては、試行錯誤を繰り返しながら問題解決をしていく過程を経験することが重要である。

⁴⁾ ポアンカレ (吉田洋一訳) 『科学の価値』 岩波書店 1905年

⁵⁾ 松原元一 『数学の見方考え方』 国土社 1990年

⁶⁾ 清水静海 「学校数学の現状と課題」 川崎市立平間中学校での講演 1997年4月

(3) 先行研究における成果と課題

及川忠好、川村浩の研究⁷⁾では、仮説として「算数・数学科の問題解決の過程において、単位時間の内容を概観して学習課題を把握させた後、次のような手だてをとれば論理的思考や直観力の育成につながる」として2点を挙げている。1点目は、「問題の理解、解決の段階で、論拠を問わず結果や方法を予想させ、問題の構造を視覚化しながら解決試案を作る」ことである。2点目は、「解決の実行、解決の検討の段階で、問題の構造を整理し自分の考えの根拠を明らかにしながら解決させ、有効な推論形式に基づいて論証し、まとめる」ことである。

学習過程において研究仮説の具体化がなされており、そこから児童生徒の活動が導かれていることが実践の記録から読み取ることができる。この「論拠を問わず」という取り組みは、児童生徒の思考の柔軟性を保障し直観力を育てる上で有効であると思われる。ただ、直観と論理的思考の一連の思考活動が数学的検証の過程では表れておらず、その組織化に課題を残していると思われる。

渡辺明、佐藤光雄の研究⁸⁾では、直観力、論理的思考力の育成の方策として、思考実験を取り入れ、とりわけこれを問題解決過程の「計画」や「実行」の段階で重視している。見通しを立て、それに修正を加えながら実行することや、思考実験と実行の結果を対比させる活動が組織化され、それが有効に働いていることが児童生徒の授業後の感想文から推測される。課題としては、見通しを立てて結果を予想する段階と検証段階を、一連のものとして組み立てることの困難さが挙げられている。また、視覚的にイメージしにくい他の領域での、思考実験を生かした研究が必要であると述べている。

2つの先行研究を検討したところ、次のような点が課題として浮かび上がってきた。

- ・「見通し」と「数学的検証」の活動を一連のものとして体系化すること。
- ・数学的検証の際の根拠を明らかにする活動を個人内、あるいは学級全体で行えるよう組織化すること。

3. 研究の方法

(1) 研究仮説の設定

これまで、「研究の基本的な考え方」で考察してきたことから、本研究の研究仮説を次のように設定した。

数学化と数学的検証の過程を重視し、直観と論理的思考が相互に働き合うよう学習過程を構想することにより、直観的に見たり論理的に考えたりする力を育成することができる。

なおここで数学化とは、事象を算数・数学の対象とすることである。つまり日常事象や文章で書かれた問題などを関数化したり式化したりすること、仮説や予想を設定したりすることを指す。

また、数学的検証とは数学的処理が妥当であったかを確かめる場面である。つまり、計算結果の確かめ、解の吟味、式や仮説・予想などの真偽の確かめである。⁹⁾

(2) 研究の視点

上記の仮説に従い、これを検証するための視点を次のように設定した。以下、研究の内容はこの5つの視点を中心として進めていく。

- ①直観と論理的思考の実体を明らかにする
- ②直観力と論理的思考力を育成するための手だてを探る
- ③直観と論理的思考の関連を図った学習過程を構想する
- ④直観力と論理的思考力が育成されたかどうかを検証する方法を探る
- ⑤検証授業を通して、研究仮説の検証を行う

II 研究の内容

1. 直観と論理的思考の実体を明らかにする

直観は論理の進むべき道筋を導くものであり、論理的思考は直観から得られた道筋が正しいか否かを証明することに働くものである。

『小学校指導書算数編』¹⁰⁾では直観力を主に次の3点から捉えている。

⁷⁾ 及川忠好、川村浩 「論理的な思考力や直感力を育てる算数・数学科の学習指導法に関する研究」

(平成4年度 岩手県立総合教育センター研究集録 pp.41~60) 1993年

⁸⁾ 渡辺明、佐藤光雄 「直感力や論理的な思考力を育てる算数科の指導に関する研究」

(平成8年度 山梨県総合教育センター研究報告書 pp.49~60) 1997年

⁹⁾ 中島健三、清水静海、瀬沼花子、長崎栄三 『算数の基礎学力をどうとらえるか』 東洋館出版社 1995年

¹⁰⁾ 文部省 『小学校指導書算数編』 東洋館出版社 1989年


- ・考察の対象を柔軟に捉える際に働く直観力
- ・解決の方法や結果についての見通しをもつ際に働く直観力
- ・問題の構造や規則性などを見抜く際に働く直観力

また、論理的思考に関しては、「筋道を立てて考えることは、できるだけ正しいことを見いだしたり、見いだしたことの正しさを確かめたりするために欠くことのできないものである。また、ある事象の正しさや自分の判断の正しさなどを他人に説明するようなときにも必要である。」と述べられている。

こうした捉え方に基づいて、小学校、中学校の実践を直観と論理的思考の面から捉え直すこととする。

【事例1】小学校5年「平行四辺形の面積」

〈課題〉
 平行四辺形の面積を求めましょう。



(辺の長さは与えておかない)

長さの与えられていない課題に対して、児童は次のような直観を働かせることが予想される。

- ① 1cm方眼で図形を区切り、その幾つ分かを調べる。
- ② 平行四辺形を長方形に変形できないかを考える。
- ③ 長方形の求積公式を使えるのではないかと考え、縦横の長さを測り計算する。

これに導かれて、それが正しいか、その理由は何かを考えることによって、論理的思考が働くことになる。


②では、なぜ平行四辺形を長方形に変形できるかが問題となる。すでに平行四辺形の性質は学習しているので、向かい合う辺の長さ、角の大きさがそれぞれ等しいことを用いて説明することになる。また、どのような着想から変形を考えたのかを説明することも大切な思考である。

このように、既習のことを根拠として筋道を立てて説明できることが論理的思考の働きと見ることが出来る。

また、③の場合、誤りではあるが、なぜそれが正しくないのか説明できることも論理的思考に拠るものである。

【事例2】中学校1年「文字と式」

〈課題〉
 右の図のようにマッチ棒を正方形に並べます。
 正方形が20個並ぶとき
 マッチ棒の数を求めましょう。



この課題では、生徒は次のような直観を働かせることが予想される。

- ① 正方形を20個描いて総数を数える。
- ② 正方形を1個ずつ増やし、総数の増え方の規則性を考える。
- ③ 正方形の個数をn個とし、次のような式から求める。
 - ・ $1 + 3 \times n$ ・ $3 \times n + 1$
 - ・ $2 \times n + (n + 1)$
 - ・ $4 \times n - (n - 1)$
- ④ 正方形の個数を4倍する。

この場合、③の方法はマッチ棒の重なりに着目した直観と見ることが出来る。ただし、それを見つけるまでには、試行錯誤を繰り返し、数をいくつか当てはめて確かめるなどの活動があることが予想できる。

④の方法は誤りであるが、陥りやすいものである。この場合も、その真偽について検証する活動が伴うことが必要である。

また、①の活動は思考を伴わないおそれがあるので、だいたい幾つぐらいになりそうか、数が大きくなってきたときにもっと簡単に調べる方法はないか、などの思考を促す発問が必要である。

論理的思考は、直観によって得られた考え方や求め方などの真偽についての検証や、一般性があるか否かについての検証に働くことになる。

小・中学校の2事例を見てきたが、直観と論理的思考を働かせるには次の点が必要であることが考えられる。

- ・ 直観を働かせるためには、児童生徒の柔軟な発想を引き出すことが必要である。
- ・ 児童生徒の優れた着想をただ「勘がいい」で済ませるのではなく、どのような見方をすればその着想が生まれるかを全体場で学ぶようにすることが必要である。これが直観と論理的思考を結ぶことになる。
- ・ 論理的思考を促すには、それぞれの考えの根拠を明らかにして、正しいこと、並びに一般性のあることを導くようにすることが必要である。

2. 直観力と論理的思考力を育成するための手だてを探る

(1) 課題や課題設定を工夫する。

- ① 興味や関心を持てるようにする。

直観力は「根拠のないひらめき」といったものではなく、全容が明らかにはされていないが、何らかの論理の裏付けを持つものである。まったく興味・関心のないような課題であれば、児童生徒が直観を働かせることは容易ではないだろう。知的好奇心呼び起こし、「ちょっと考えてみようか」と思わせるような課題を設定する必要がある。

直観や論理的思考を働かせるためには、いかにその課題に対して興味・関心を持たせることができるかということが重要になる。

② 数学化ができるようにする。

問題が既習のことを単に当てはめたり、形式的に操作したりして解決できるものであるならば、思考の働く余地は少ないものといえる。知識や技能に関する問題では比較的好成績を上げている児童生徒の現状から判断すると、数学化の過程を経ることが思考を働かせる上で重要である。

ジーン・レイブ¹¹⁾は「問題解決がうまくいくかどうかを確実に分けるのは唯一、そのまま直接解ける問題か、解く前に変形しなくてはならない問題かということであり、誤りを引き起こすのは後者である。」と述べている。したがって、直観力や論理的思考力の育成には、課題設定において、数学化を要する場面が必要なのである。

そのためには、具体的な生活場面を課題としたり、条件の過不足の課題を用意したりするなどの工夫が考えられる。

③ 多様な見方・考え方ができるようにする。

解決方法が一通りの課題であると、児童生徒の思考も限られたものになってしまう。特に、真偽を確かめたり、一般性を追求したりする際には、複数の解決方法が採れることが有効である。なぜならば、はじめに用いた方法が最善の方法であるか、または一般性を有するかどうかは別の方法を用いることで確かめられるからである。課題の重要な点は「いろいろな解き方を考える。」という視点を生徒がもてるようにすることである。

児童生徒の豊かな発想を生かすためにも多様な見方、考え方ができるような課題設定を考える必要がある。

(2) 直観や論理的思考を促すための発問を工夫する。

直観や論理的思考は、思考を促す場面が用意されただけでは簡単に働かないことも予想できる。そのためには、個別に、あるいは学級全体に思考を促す発問を用意することが必要である。例えば、

- ・考える対象を明らかにする発問
- ・考える方法を引き出す発問
- ・多様な見方・考え方を引き出す発問
- ・検証活動を促す発問

など、意図的・計画的に工夫することが必要である。

(3) 結果や方法について見通しを持つ場を重視する。

まず問題解決の手がかりとなる直観を働かせる場面が

必要である。そのためには、課題に対してだいたいどのような結果になりそうか、あるいは、どのような方法が使えるかといった見通しをもつ場面を設定する。ここで働いた直観については、論理的な積み上げでなくてもかまわず、したがってここでは、その真偽や根拠の有無は問わないようにする。なぜならば、これによって、児童生徒の柔軟な発想、着想を期待するからである。

さらにこのとき操作や作業を通して試行錯誤を繰り返すことにより、新しい直観が生まれたり、直観から論理的思考へと移行していくのではないかと考える。

(4) 数学的検証活動を意図的・計画的に構想する。

数学的検証の場は直観で導かれた道筋を、論理的思考で振り返る重要な場面であると捉える。ここでは主に次の3点を重視し、場の設定を考える。

① 見通しに対しての振り返りを行う。

児童生徒がはじめに持った見通しの適否について振り返ることを大切にす。振り返りを通し、直観力を働かせた着想の根拠を明らかにし、既習のことをどのように生かし、どのような着想を持つことが大切であるかを学ぶようにする。また同時に、見通しを持つことの意義を児童生徒に感じさせるようにしたい。

② 解決方法や結果について、真偽の確かめを行う。

課題から生じた多様な見方・考え方を生かして行われるようにする。この場合、個人が多様な見方・考え方をする場合と、学級全体として発揮された多様な見方・考え方を生かす場合の2通りが考えられる。

こうした見方・考え方を根拠として思考の筋道や結果についての確かめを大切にす。

確かめをする対象は処理結果だけに向けられがちであるが、数学化の過程についても確かめをすることが重要であると考え。処理結果についてだけでなく、数学化の真偽を確かめる態度を伸ばすよう、児童生徒に確かめの際の観点を与えるようにする。

また、これまでの集団追究では結果を見合っただけの話合いが多く行われてきたが、作り上げる過程が明らかにならない場合があった。そこで、過程の説明を重視しながら数学的検証が行われるようにする。

③ 一般性についての数学的検証を行う。

場面や数値を変更するなど一般性を追求する活動は、なぜそれがいつでも使える考えであるかを論理的に説明する活動であるといえる。また、学習したことのイメージをさらに豊かにすることになり、新たな問題場面での直観の働きを高めることになる。

¹¹⁾ ジーン・レイブ (無藤 隆 他訳) 『日常生活の認知行動』 新曜社 1995年

3. 直観と論理的思考の関連を図った学習過程を構想する

学習過程を構想する際には、直観力や論理的思考がその学習でどのように働くかを明確化し、具体的な活動として捉えられるようにしておく必要がある。

学習過程の基本構想は、下の【図1】に示す通りである。

4. 直観力と論理的思考力が育成されたかどうかを検証する方法を探る

(1) 評価方法とその対象

① 児童生徒の発言、操作活動などを記録し、課題や発問によって、どのように直観力や論理的思考が引き出されるかを考察する。

とくに、数学化や検証の場において働く直観や論理的思考について注意深く読みとり、分析を加える。

- 【対象】 ・全体の児童生徒
 ・学力の上位、中位、下位群の抽出児
 ・課題設定、発問のあり方等については可能な場合、実験群と対照群を設定し、比較考察する。

② 児童生徒のノート、ワークシートを分析し、直観力、論理的思考力の育ちを捉える。

直観的な捉え方、思考の多様性、検証の様子などについて、継続的に児童生徒の学習状況を把握し、その変容を探る。

- 【対象】 ・全体の児童生徒
 ・変容の追跡については抽出児

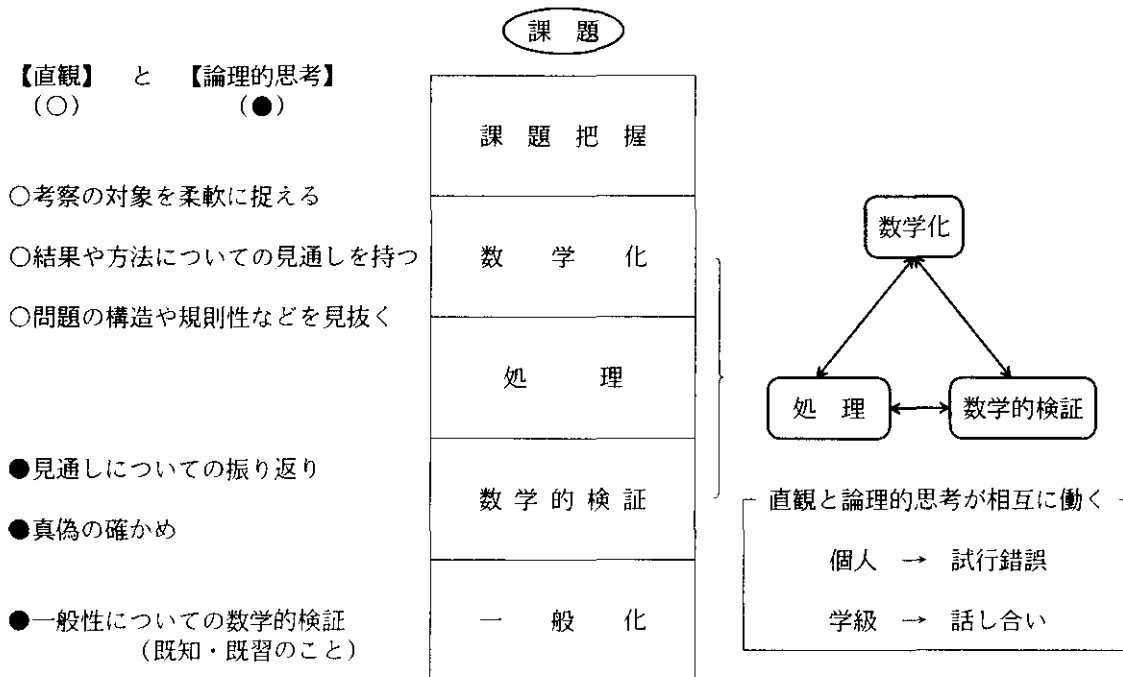
③ 直観や論理的思考を重視した学習が、児童生徒の算数・数学に対する学習観をどのように変えるかを探る。学習後の感想、自己評価などをもとに、児童生徒の学習観を探る。これについても、事前の学習観、事後の学習観を比較するなど、一定期間感想や自己評価を継続し、その変容を探る。

- 【対象】 ・全体の児童生徒
 ・変容の追跡については抽出児

(2) 評価の具体的な観点

- ① 解決の見通しを持つようとしているか。
- ② 多様な見方・考え方をしようとしているか。また、それができているか。
- ③ 自分から進んで問題解決の過程や結果について検証しようとしているか。また、それができているか。
- ④ 一般化を図ろうとしているか。また、根拠をもってそれができるか。

【図1】 学習過程の構想図



5. 検証授業を通して、研究仮説の検証を行う

(1) 《検証授業1》(平成9年10月28日実施)

① 授業の概要

○単元名 比例と反比例(中学校1年)

○検証内容

- ・課題を具体的な操作を伴って提示することによって、生徒たちは既知のことを生かし、自ら問題を発見することができるのではないか。
- ・オープンな課題を設定することによって、生徒たちの多様な考えを引き出すことができるのではないか。

○検証方法

- ・課題設定の違いによる思考の多様性の現れ方の違いの有無について、複数の学級を使って調査する。
- ・生徒がワークシートに記述した変量の捉え方を見る。

② 授業内容

【課題1】
5種類の箱の長さや大きさを、ちがっているものを具体的に下の にできるだけたくさん書き入れましょう。
5種類の箱は がちがう。
ことばで説明できない人は図を利用して示してください。

この課題1を受けて、課題2を扱った。

【課題2】
課題1でみつけたちがうものは、どのようにちがうのか詳しく調べてみましょう。下の を使って説明して下さい。

この課題は本時の主題であり、課題1で見つけた変量の変わり方を説明していくうちに、1変量では説明しきれないことに気づき、ともなって変わる2変量の捉え方や表し方を自ら発見し、学習を深化させることをねらいとした。

この課題でオープンな課題設定と、制約を受けた課題設定とを比較するため、次のような違いを設けた。

A組: 課題1でみつけた はだんだん

B組: 課題1でみつけた

A組の指導では、課題1を関数的に捉えている生徒は少ないと考えたため、意図的に課題の中に「だんだん」

ということばを挿入した。

これに対して、B組の指導では、「だんだん」の言葉はかえて生徒の自由な発想に対して制約を与えると考え、これを挿入しないで提示した。

③ 結果と考察

A組の場合、「底面積がだんだん大きくなる。」などのように、1変量の捉え方ができた生徒は、「底面の1辺」や「底面の対角線の長さ」、「表面積」などいろいろな変量について、変化の仕方を調べることができた。

しかし、この時点で2変量を捉えている生徒は、「だんだん」ということばの制約からうまくことばが見つからなかったり、かえて身構えて思いつくまを自由に書き込むことができなかつたりした。

B組の場合は、はじめ課題を把握することが困難な生徒が多く見られた。しかし、課題を理解できると、変量の変化の様子を自分のことばで、自由に表現することができ、授業者の予想を越える表現の仕方に変化の様子を説明できる生徒も見られた。さらに、「1つの変量では表現できないので、2つの変量を用いてよいか」という本時の課題設定を可能とする発言が見られた。

また、2変量の関係を表現するのに、A組ではワークシートへの記入内容が少数に限られたのに対して、B組では多くの関係を記入できていた。

生徒の発想を制約せず、しかも多くの生徒が理解できるような課題設定のあり方を追求する必要がある。

(生徒のワークシート)

問題2
問題1でみつけたちがうものは、どのようにちがうのか詳しく調べてみましょう。下の を使って説明して下さい。

問題1でみつけた は

36 28 20 12
10 64 96 16 x

問題1でみつけた は

問題1でみつけた は

問題1でみつけた は

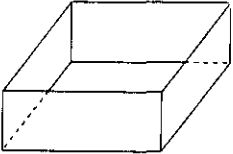
問題1でみつけた は

問題1でみつけた は

問題1でみつけた は

高さ 横 短か 高くなる
横の長さ は 高さ が 高く 短か 短かい くなる

表面積 は 底面積 が 短か 短かい くなる

学 習 活 動	評価と手だて・留意点
<p>・ 1 辺が 12 cm の正方形の 4 すみからいろいろな大きさの正方形を切り取って作った 5 種類の箱を配る。</p> <p>Q この箱をどうやって作ったかわかりますか。</p> <p>課題 1</p> <p>5 種類の箱の長さや大きさでちがっているものを具体的に下の <input type="text"/> にできるだけたくさん書き入れましょう。</p> <p>5 種類の箱は <input type="text"/> がちがう。</p> <p>※ ことばで説明できない人は、右の図を利用して示して下さい。</p> 	<p>・ もとの図形は同じ正方形 (1 辺が 12 cm) の紙であることに注目させたい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>正方形の紙の 4 すみを切り取って作ったものであることが理解できる。</p> </div> <p>・ 長さや大きさであることを強調し、形にとらわれないように留意する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>5 種類の箱のいろいろな辺の長さや面積、体積など、ちがっているものを見つけることができる。</p> </div>
<p>A 高さ、底面の 1 辺 (たて、よこ)、対角線 (底面)、底面積、表面積、側面積、体積、周りの長さ</p> <p>課題 2</p> <p>課題 1 でみつけたちがうものは、どのようにちがうのか詳しく調べてみましょう。下の <input type="text"/> を使って説明してみてください。</p> <p>課題 1 でみつけた <input type="text"/> は、だんだん <input type="text"/></p>	<p>・ 自分の考えにしたがって、どのように表現してもよいという雰囲気、いくつかの解答例を引き合いに出しながらつづいていきたい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>課題 1 でみつけたもののちがい方が説明できる。</p> </div>
<p>A 高さ <input type="text"/> は、だんだん 高く (低く) なる 底面積 <input type="text"/> は、だんだん 大きく (小さく) なる 底面の 1 辺 (たて、よこ) の長さは、だんだん 長く (短く) なる 体積 <input type="text"/> は、だんだん 大きく (小さく) なる</p> <p>Q 高さがだんだん高くなるという人と、低くなるという人が両方いるのはなぜだろうか。</p> <p>課題 3</p> <p>課題 1 でみつけたちがうもののちがい方を下のように説明してみましょう</p> <p><input type="text"/> が <input type="text"/> につれて <input type="text"/> は <input type="text"/> なる</p>	<p>・ 「～するにともなって (つれて)、～が変わる」という考え方に徐々に視点を置かせていきたい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>ともなって変わる 2 つの量の変化の仕方を説明できる。</p> </div>
<p>A 高さ <input type="text"/> が 高くなる につれて 底面積 は 小さくなる 高さ <input type="text"/> が 低くなる につれて 底面積 は 大きくなる 底面の 1 辺の長さ <input type="text"/> が 長くなる につれて 底面積 は 大きくなる</p> <p>まとめ</p> <p>「～が変わるとそれにともなって～が変わる」というともなって変わる 2 つの量を日常のいろいろな場面で見つけて、考えてほしいことを伝える。</p>	<p>・ 下線部は学習プリントでは書かないでおく。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>ともなって変わる 2 つの量を日常生活の中から見つけだそうとする態度を身につけることができる。</p> </div>

(2) 《検証授業 2》(平成10年6月16日, 6月26日実施)

① 授業の概要

○单元名 合同と三角形・四角形(小学校5年)

○検証内容

- ・発問の仕方を変えることによって、直観の働き方や論理的思考の過程の違いが見られるのではないかと。
- ・児童が実際の操作や作業を通し、試行錯誤をすることによって、見通しを持つことができるのではないかと。

○検証方法

- ・発問の仕方を変えることによって直観の働き方や論理的思考の多様な現れ方の違いの有無について、2つの学級を使って調査する。
- ・実際の操作を通して、直観や論理的思考がどのように働いているかを観察する。

② 授業内容

発問を変えることによって、直観の働き方が変わるのではないかと、それによって論理的思考に移る過程も変わってくるのではないかと考え、次のような発問で授業を始めた。

【課題1】

A組：この図を見て	(7)	
どう思いますか?	(4)	
B組：この中に同じものは	(7)	
あるでしょうか?	(1)	

これを受けて、次のような発問をした。

どうしたら確かめられますか。

この発問をすることによって、直観的に方法の見通しをもって課題に取り組むことができるのではないかと考えた。

さらに、実際に確かめることによって、試行錯誤を繰り返しながら直観を働かせ、より多様な考え方を引き出すことができるのではないかと、また筋道を立てて考えられるようになるのではないかと期待した。

合同の定義をした後に次の課題を扱った。

【課題2】
5つの星形の中で、合同な図形はありますか。

図を見てすぐにどれが合同かを発表させた後、「切り取らないで調べる方法」を考えさせる。課題1での経験を生かし、図形の構成要素に着目して考えようとするの

ではないかと予想した。

③ 結果と考察

課題1において、最初の発問の反応としてA組では、長さがちがう、(7)と(4)が同じ、(4)が長い、カーブの長さが同じ、太さが同じ、のばした長さが同じ等が見られた。「この図を見てどう思うか」というようなより抽象的な発問なので、4つの別々な図形として見た児童や、大きく1つの図形として捉えた児童などいろいろな見方が出てきたのではないかと考えられる。またB組では、(7)と(7)が同じ、(7)と(7)と(1)が同じ、(4)と(1)が同じ等の反応が見られた。これは、「同じものはあるか」という具体的な発問なので、図形を4つの別々のものと見ていわゆる合同な図形を探そうとしたものであると考えられる。B組の場合「同じ」という言葉のあいまいさから、図形がどのようにになっているときに「同じ」というのかの討論になった。この話し合いの中で、「同じものを」をどう捉えるか、それによってどの図形を選ぶか、選んだ図形をどう調べていくかなどの直観が見られ、また、自分が選んだものが正しいのかを確かめたり、説明したりする際に論理的思考が働いていた。

第2の発問に対して、すぐに児童の中から出てくる反応は、「切り取って重ねて見ればよい」という考えである。また、長さを測る、線をひく、角度を測る等の考え方も出てきた。そこで各自の方法で実際に確かめを行わせると、A組では、「切って重ねる」操作をする児童が多く見られたが、B組では、構成要素(特に長さ)に着目して定規で測ったり、直線を引いて長さを比べたりしている児童が多かった。これは、A組では、多くの要素をいっぺんに比較検討する一番有効な方法として、「切って重ねる」方法を直観的に考え実行に移したと考えられる。また、B組の方では、最初の発問が「同じものはあるか」という問い方であったため、どこかが少しでもちがっていれば「同じもの」とは言えないという直観が児童の中で働いていたためと考えられる。したがって、構成要素の1つを測るあるいは比較する作業に結びついていったのではないだろうか。

また、このとき実際に操作や作業をしている中で、新たに直観や論理的思考が働いていたと考えられる。試行錯誤を繰り返すことにより、予想と違ったり、さらに有効な方法が見つかったりしながら、思考が深まっていったと考えられる。

課題2では、課題1での経験を生かし、論理的に考えようとしている児童も見られた。

発問によって直観の働かせ方や、論理的思考の過程が違ってくるので、授業者は、児童生徒のどんな力を育てたいのかははっきりと認識し、それにあった発問を検討する必要がある。

学習活動	予想される児童の活動	評価と支援 (○:直観 □:論理的思考に関わること)
<p>1. 問題を把握する (発) 「この図を見てどう思いますか」</p> <p>(発) 「なぜ同じだと思いますか」</p> <p>(発) 「みなさんのいう同じであるかどうかということはどうしたらわかるでしょうか」</p>	<p>※図をみて感じたことを出し合う</p> <ul style="list-style-type: none"> ・同じ形のものがある ・同じ大きさのものがある ・(ア)と(イ)が同じだ ・(イ)と(ロ)も同じだよ <p>1-1 なんとなく見た目で同じようにみえる</p> <p>1-2 横の長さが同じくらいだから同じだと思う</p> <p>1-3 長さを測ってみればいい</p> <p>1-4 切り取って重ねてみればいい</p> <p>1-5 切り取らなくても重ねられる</p> <p>1-6 わからない</p>	<p>1 直観的に図形を見る 直観的に、合同な図形を見いだしたり、比べ方の見直しを持ったりする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・見た目で判断している。 「なぜ同じだと思ったのか」と投げかけ、その判断について明確にしようとする意欲を高める。 1-1 根拠をうまく説明できない。 「同じとはどういうことなのだろう」と投げかけ、同じと判断することの意味を意識できるようにする。 1-2 ○長さに着目して図形を比べている。見方のよさを認め、長さという視点で図形をみる方法があることを確認する。 1-3 ○直観的に方法の見直しを持っている。 「どこの長さを測ればよいのか」と投げかけ、比べ方(測り方)についても直観的に判断できるようにする。 1-4 ○直観的に方法の見直しを持っている。 切り取ってよいことを確認し直観を生かして比べられるようにする。 1-5 ○重ねる方法について直観的に見直しを持っている。 いろいろな方法を試すことを認め意欲を高める。 1-6 方法の見直しを持っていない。他の児童の発表から言葉を取り上げ問題の意味が理解できるようにする。
<p>2. 「同じ」であるかどうかを各自で調べる</p>	<p>2-1 いろいろな長さを測って比べている</p> <p>2-2 直線をかきこみ、長さを比べている</p> <p>2-3 切り取って重ねている</p> <p>2-4 写し取ったり、友達のものにあわせたりして重ねている</p>	<p>2 論理的に考える 自分なりの考えに基づいて、大きさも形も同じといえるか確かめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 2-1 長さに着目して、図形を捉えている。 「どこの長さを比べたらよいですか」と投げかけ、構成要素の見方について筋道立てて考えられるようにする。 2-2 □曲線を意識しよりよい比べ方を考えている。 考えのよさを認め、「何がいえたらよいか」と考えられるようにする。 2-3,4 □操作から、同じであることをはっきりさせようとしている。 びつたりと重なれば形も大きさも同じであることを確認し、結果とはじめの予想との比較から操作のよさにふれるようにする。
<p>3. 調べて気づいたことを発表し、話し合う</p>	<p>3-1 はじめ(ア)と(イ)が同じ大きさだと思ったけど、重ねてみたら(ロ)も同じだった</p> <p>3-2 長さを測ったら(イ)だけ違った</p> <p>3-3 見た目ではわからないこともある きちんと測った方がいい きちんと重ねた方がいい</p> <p>3-4 曲がり具合は測れないから、長さでは比べにくい</p>	<p>3 論理的に考えることのよさ 見た目だけでなく、しっかりとした根拠に基づいて判断しようとする。</p> <ul style="list-style-type: none"> 3-1 予想と結果の違いに着目している。 「なぜ予想と違ったのか」と投げかけ、操作の意味(よさ)について考える。 3-2 一部の長さで判断している。 「どの長さを比べたらよいか」と投げかけ、図形の決まる条件を意識できるようにする。 3-3 □筋道立てて考えることの大切さに気づいている。 どこを測るのか、どのように重ねるかといった構成要素の見方操作の仕方について考える。 3-4 □より正確に比べようとしている。 長さで比べるにはどんなことに気をつければよいかを話し合い、基本的な図形で調べる活動へとつなげていく。
<p>4. 似ている図形から合同であるものを見つけようとする</p> <p>(発) 「次の中には、合同な図形はあるでしょうか」</p> <p>(発) 「どうしたら、合同であることがわかるでしょうか」</p>	<p>びつたりと重ねることのできる2つの図形は、合同であるといいます。</p> <p>合同なものと、辺や角が少し違っているものを含め5つの星形を提示する。 (児童用のプリントも用意)</p> <p>4-1 切り取って重ねればいい</p> <p>4-2 長さを測って比べればいい</p> <p>4-3 角度も測った方がいい</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・合同について定義する 4 直観的に見る・論理的に考えようとする 3までの経験を生かし、直観的に合同な図形であるかどうかを判断したりより明確にそのことを確かめようとしたりする。 ・まずは自由に選ばせてみる ↓ ○念頭での操作が働いていると捉え、なぜそう思ったのかを発表させることでどこに着目したかを明らかにできるようにする。 4-1 □より確かな方法で行おうとしている。 ○切らせずに「切ったつもり」で念頭で図形を操作し、どこを対応させればよいかという問いをもてるようにする。 4-2 ○構成要素に着目して考えようとしている。 「どこを測ればよいか」と投げかけ、次時以降の決定条件についての問いへとつなげていけるようにする。 4-3 □よりはっきりといえる条件を考えている。 合同であれば、角の大きさも同じになることを認め、比べる要素の1つであることを確認する。
<p>5. まとめをする</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「切らずに、合同であるかどうかを確かめるにはどうしたらよいか」という問いについて、次時以降調べていくことを確認し、まとめとする。 	

(3) 《検証授業3》(平成10年7月10日実施)

① 授業の概要

○単元名 式の計算(中学校3年)

○検証内容

- ・授業に対する関心, 意欲が高まるような課題を設定することによって, 直観や論理的思考がより働くのではないか。
- ・直観や論理的思考を重視した学習が, 生徒の数学に対する学習観を変えるのではないか。

○検証方法

- ・比較的単純な課題を設定することによって, 直観や論理的思考の働き方やその現れ方に違いがあるかどうか, 生徒の変容を探る。
- ・数学における計算技能の差が直観や論理的思考にどのような影響があるかを観察する。

② 授業内容

取り組みやすい課題を設定することによって, 全ての生徒が興味・関心を示し, 意欲的に課題に取り組むのではないかと考えた。

【課題1】

$$\frac{\bigcirc}{\square} - \frac{\bigcirc}{\triangle} = \frac{\bigcirc}{\square} \times \frac{\bigcirc}{\triangle}$$

になるような自然数 $\bigcirc, \square, \triangle$ をみつけよう。

これを受けて, 次の課題を扱った。

【課題2】

自然数 $\bigcirc, \square, \triangle$ の間にはどのような関係があるか考えてみよう。

課題1である程度興味・関心を持ってくれば, 多くの生徒がこの課題に対して積極的に取り組むのではないかと考えた。さらに, 自ら関係を見つけることによって, 自分から検証活動に入って行くのではないかと期待した。

文字を用いて証明を行った後, まとめの問題として次の問題を提示した。

【まとめの問題】

$$\frac{\bigcirc}{\square} + \frac{\bigcirc}{\triangle} = \frac{\bigcirc}{\square} \times \frac{\bigcirc}{\triangle}$$

になるような自然数 $\bigcirc, \square, \triangle$ をみつけよう。

本時のこれまでの学習をもとに, どのような思考過程でこの問題を考えていくかを見ることができるとはいか考えた。

③ 結果と考察

多くの生徒は分子を決めてから, 条件に合うような分数を, 具体的に数字を当てはめながら探していった。はじめは試行錯誤を繰り返すが, そのうちに方向性が見いだされ, 直観を働かせながらたくさんの答えを探ることができていた。普段, 数学の授業にあまり積極的でない生徒もこの課題に興味を示し, たくさんの組み合わせを見つけようと懸命に取り組んでいた。

課題1をやっている最中に, 課題2を提示していないにもかかわらず, すでに課題2を自ら考え始めた生徒が多く見られた。適当に数字を当てはめて答えを探していくことの不合理性に気づき, よりよい方法を考えようとする姿勢が見られ, そこに直観が働いていた。

課題2では, 「 $\triangle - \bigcirc = \square$ 」, 「 $\triangle = \bigcirc + \square$ 」という答えが多かった。また, 「 $\triangle - \square = \bigcirc$ 」や「分母の差が分子」という答えを書いた生徒もいた。この答えを見て, その生徒がどのような思考の流れで課題に取り組んだかがわかり, 非常に興味深いものがある。

まとめの問題に関しては, 課題1での経験を生かし自分で条件を満たす自然数を見つけ, さらに $\bigcirc, \square, \triangle$ の関係も考え, それを確かめようとしていた。多くの生徒が, 関係を見つけるところまでは試行錯誤をしながらも自分の力でたどり着くことができた。

普段の授業であまり意欲を示さない4名の生徒について授業中特に詳しく観察したところ, 非常に興味を持って課題に取り組み, 自分なりに答えを見つけ, それが正しいかどうかなどにも関心を示していた。

計算等の処理能力には明らかに差が見られるが, 直観や論理的思考は質的な違いはあるもののどの生徒にも働くことがわかった。生徒の実態を把握し, それにあった課題を設定し, 生徒が興味・関心を持つようにすることが, 直観力や論理的思考力を育成する上で大切な要素の一つになるのではないかと考える。

(生徒のワークシート)

問題1 上のようになる2つの分数をできるだけたくさん見つけてください。

① $\frac{2}{5} - \frac{2}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{7}$

② $\frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5}$

③ $\frac{2}{7} - \frac{2}{9} = \frac{2}{7} \times \frac{2}{9}$

④ $\frac{2}{5} - \frac{2}{8} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{8}$

⑤ $\frac{3}{4} - \frac{3}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{7}$

⑥ $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

⑦ $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{6}$

⑧ $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$

⑨ $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{7}$

⑩ $\frac{1}{7} - \frac{1}{8} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{8}$

⑪ $\frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{1}{8} \times \frac{1}{9}$

⑫ $\frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{10}$

(4) 《検証授業 4》(平成10年11月10日実施)

① 授業の概要

○単元名 三角形と四角形(中学校2年)

○検証内容

- ・操作活動を通して図形の性質を考察することによって、自ら問題を発見できるのではないか。
- ・自ら見つけた疑問点を発表しあうことで、論理的思考力を伸ばすことができるのではないか。

○検証方法

- ・具体的操作活動の時間を十分に確保し、生徒の活動を細かく観察する。
- ・できるだけ多くの生徒に発言させ、考え方の変化を見る。

② 授業内容

生徒に画用紙を配り、次の課題を提示した。

【課題1】
 次の手順にしたがって図を作ってください。
 ①適当な四角形を作ります。
 ②できた四角形の各辺の中点をとります。
 ③向かい合う辺の中点どうしを結びます。
 ④中点どうしを結んだ線分をはさみで切り取ってばらばらにします。

問題
 ばらばらになった紙をすきまなく並べかえて、別の四角形ができるでしょうか。

具体的な操作活動をすることによって、意欲的に課題に取り組むのではないかと考えた。また、四角形を作る段階で試行錯誤を繰り返す、その後で取り上げる課題が考え易くなるだろうと予想した。

できた生徒から発表させた後、次の課題を提示した。

【課題2】
 できあがった図形は本当に四角形なのだろうか。

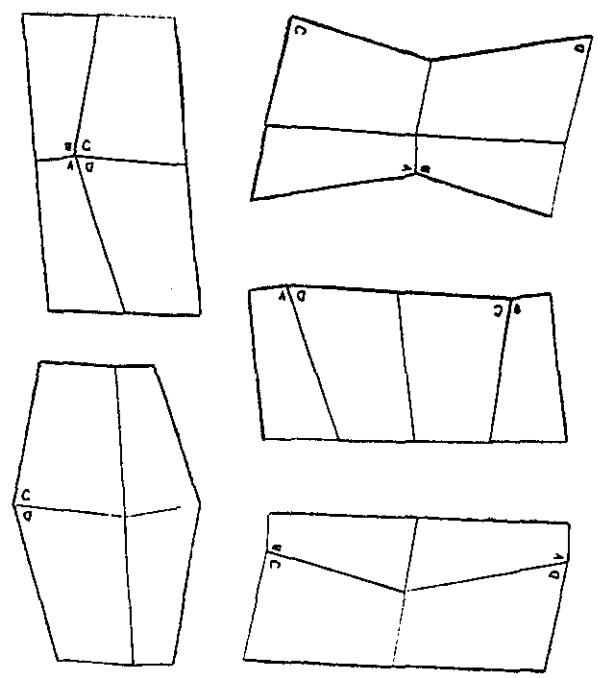
この部分を論理的思考力を伸ばす場として捉え、多くの意見を出し合いながら、学級全体で疑問点を考察をさせようと考えた。課題1での操作活動が参考となり、できた図形が「四角形かどうか」を考える糸口が見つかるであろうと考えた。

疑問点としては、「すきまはないか」、「各辺に段差はないか」、「各辺の中に角はないか」という3点が考えられる。この3点についての解決方法を考えさせながら、話し合いが進められ、論理的思考力を伸ばすことができるのではないかと考えた。

③ 結果と考察

課題1では、生徒全員が興味を持って熱心に取り組んでいた。最初は四角形になっているかいないか深く考えておらず、四角形でないものを疑問を持たずに発表している生徒も見られた。

(生徒の作った四角形)



そのうちに黒板に掲示されたものを見て、「あれは四角形になっていない」「いやこれは四角形だ」などの意見が出はじめた。直観的に見て「これは四角形ではない」と判断するものの、それを論理的に説明するところまではなかなか進まなかった。「なぜ四角形ではないのか」を話し合いを通して、論理的に考察していけるのではないかと考えたわけであるが、目で見て明らかなものをなぜ説明しなければならないかという思いが、生徒の気持ちの中にあっただよう。論理的思考力を伸ばすための話し合いをうまく進めるためには、生徒から自然にわき起こってくる疑問を生かす必要がある。「四角形になっているかどうか」「何を根拠に考えればよいか」という発想は生徒にとって非常に難しいことで、生徒の実態を十分把握しきれておらず、また課題設定に無理があったと考えざるを得ない。

逆に「これは四角形だ」という説明については、何人かの生徒が論理的に説明できた。また、その説明を聞いて他の生徒も納得し、もとの四角形がどんな形でもできることに感動する気持ちを持てたのはよかったと思う。

(5) 《検証授業5》(平成11年1月26日実施)

① 授業の概要

○単元名 演算(小学校5年)

○検証内容

- ・ノート型パソコンを使い課題を明確に把握させることで、児童が直観を働かせたり数学的検証をしようとしたり、しやすくなるのではないか。
- ・数学化と数学的検証が繰り返されるようにすることにより、直観と論理的思考が働くのではないか。

○検証方法

- ・具体的操作活動の時間を十分に確保し、児童の活動を細かく観察する。
- ・できるだけ多くの児童に発言させ、考え方の変化を見る。
- ・2つの学級で指導者を代えて同じ授業展開をする。

② 授業内容

ノート型パソコンで表計算ソフトを利用した簡単な数式表示の画面を見せて、四則計算の確認をした上で、次の課題を提示した。

【課題1】 6☆2はいくつになるだろう

いくつかの答えが出た後、次の課題を提示した。

【課題2】 6☆2は20です。
どうして20になるのだろう

パソコンを実際に操作し答えを出した。どうして20になるかという問いに対して、自分なりの方法を考える児童は少ないのではないかと予想した。

【課題3】
「☆」のきまりはこの中にあるだろうか

これだけでは判断できないため、別の例が必要になると考えるであろうと期待した。いくつかの例を挙げながら、自分で数学化した式を自ら検証することができるのではないかと考えた。

最後に次の課題で次時につなげようと考えた。

【課題4】
同じように自分だけのきまりを作ってみよう

③ 結果と考察

児童は課題自体に興味を示し積極的に課題に取り組んでおり、またパソコンを利用したことによって一層関心が高まったと考える。課題1や課題2ではもっと反応が

少ないのではないかと予想していたが、2学級とも多くの児童が次のような反応してくれた。

課題1について

6 2 8 4 6.2 3 6 0 2 6 0 0 2 2/6

課題2について

$6 \times 2 + 6 + 2$ $6 \div 2 \times 6 + 2$ $6 \times 2 + 8$

$(6 - 2) \times 2 + 6 + 2$ $(6 - 2) \times 5$

$6 + 10 + 2 + 2$ $(2 + 2) \times 5$

(☆の頂点の数) \times 6 - (☆の頂点の数) \times 2 など

ただ20になればよいというのではなく、「☆」のことを念頭に入れ、他のやり方を考えようとする児童も見られた。

課題3については、児童の中から別の数字でやってほしいとの要求が出た。どんな数がいいかという問いに、適当な数をいう児童もいたが、6☆2から順に5☆2、4☆2、……と帰納的に考えたいという児童や、基準となるものとして1☆1をやってほしいという児童もおり、論理的に考えようとする姿勢が見られた。どちらのクラスも、いくつかの例をもとにして自ら数学化についての検証を繰り返していた。A組では「☆」の規則性に気が付き、B組ではきまりを発見するところまで進んだのは大きな成果だと考える。A組では、最終的には時間内で「☆」のきまりを発見することはできなかったが、本授業に対する児童の満足度は、B組に劣っていなかったように感じられた。

2つの学級で取り組んだわけであるが、両学級とも直観的な判断をより確実なものとしようとする意思によって、論理的に考えようとする態度がよく見られた。このとき、どこまでが数学化でどこからが数学的検証かという判断は難しい。ただ、この授業を通して、問題解決の過程において両者が繰り返し交互に行われることがあらためて確認できたと考える。そして、数学化と数学的検証が一体化して思考の流れが進むとき、より論理的な考えを見ることができるようではないかと考える。

さらに、授業の最後で指導者が課題4を提示する前に、「自分でも新しい記号を作ってみよう」という発言が聞かれ、多くの児童が「やってみたい」と声を出してくれたのはうれしいことであった。

Ⅲ 研究の成果と今後の課題

1. 研究の成果

まず第一に、直観と論理的思考についての基本的考えを整理することができた。

第二に、本研究会議が考えた「手だて」が有効であることが、検証授業で検証されたのではないかと考える。

具体的にはp.36 1)～6)のような成果が得られた。

指導案3 (検証授業5)

学習活動	予想される児童の反応	評価と支援	数学化と検証
1. 演算記号「☆」を知る	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">6 ☆ 2 はいくつになるだろう</div> 1-1 ☆の意味が全く分からない 1-2 いい加減な数を言う 1-3 演算を定めようとしている	※演算についての理解を容易にするために、電卓の模型を活用する。 1-1 演算の意味の理解が不十分であると思われる。電卓を想起しながら加減乗除の意味を言葉でもう一度振り返る。 1-2 当てずっぽうに答えている。他の数の場合を考えさせ、1-3へと導くようにする。 1-3 これまでの学習から6と2をどうかすればよいと考えている。根拠を明らかにするようにする。	検証→数学化 数学化→検証
2. 学習の見通しを持つ	2-1 自分の予想を言う ・ 6を2回かけて3 6 ・ 6を2つ書いて6 6 ・ 6と2をならべて6 2 2-2 友だちの発表を理解する 2-3 友だちの発表が理解できない	2-1 自分なりの根拠を持っている。より明確になるよう発問や板書によって整理する。 2-2 これまでの学習と関連つけて考えられている。自分からの発見に意欲が持てるようにする。 2-3 演算の意味の理解が不十分であると思われる。加減乗除の意味を、言葉でもう一度振り返る。	数学化→検証 数学化→検証 検証
3. 答えをもとに☆の意味を考える	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">6 ☆ 2 は 2 0 です</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">どうして 2 0 になるのだろう</div> 3-1 $6 \times 2 + 6 + 2$ 3-2 $6 + (6 + 1) \times 2$ 3-3 $(6 - 2) \times (6 - 1)$ 3-4 $6 \times 6 \div 2 + 2$ 3-5 $6 \div 2 \times 6 + 2$ 3-6 $(6 + 2 + 2) \times 2$ 3-7 $2 6 - 6$ 3-8 カレンダーの見方 3-9 その他の解き方 3-10他の数のときの結果を知りたい 3-11わからない	※電卓の模型を活用する。 3-1~9 根拠を持って6, 2, 20という数を見、演算を探ろうとしている。他の見方もしてみるようにする。 3-10 情報を増やし、帰納的に考えようとしている。具体的な数値を決め、そのときはどうなるか予想するようにし、3-1~9に踏襲するようにする。 3-11 演算の意味の理解が不十分であると思われる場合には、加減乗除の意味をもう一度振り返る。	数学化と検証 数学化と検証
4. 考えを発表し合い、自分にとっての問題を把握する	3-1~10を発表し、互いに確認しあう	※画用紙に書いて黒板に掲示するようにする。 ※同意なものについては、児童が気づいた場合は扱うが、気づかなければそのまますすめる。	数学化と検証
5. 他の数値の「☆」の意味を考える	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">「☆」のきまりはこの中にあるだろうか</div> 5-1 自分の予想が正しいと思う 5-2 友達の予想が正しいと思う 5-3 わからない 5-4 他の数値のときの結果がわかればよい	5-1, 2 この時点での問題が把握できていない。根拠を問い、条件が不足していることに気づくようにする。 5-3 自分の予想が持てずにいる場合には、4.の発表の中から理解できるやり方を取り上げ、それを基に考えるようにする。「☆」のきまりが一意であることがわからずにいる場合には他の演算を例に出して、同様に、この演算も一意に定まることを理解するようにする。「☆」が一意に定まることはわかるが、どうすれば定められるかがわからずにいる場合には、どうして一意に定まらないのか問題を明らかにしていく中で、情報の欠如に気づくようにする。 5-4 「☆」が一意に定まり、同時に、これだけでは条件が不足していることを理解している。6.につなげる。 ※3-10からここにもっていきたいが、児童が気づかなかった場合には、こちらから与えるようにする。	数学化→検証 数学化→検証 数学化と検証
6. 他の数値のときの結果をもとに演算「☆」の仕組みを探る	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 5px;">(例) $6 \star 2 = 20$, $7 \star 2 = 27$ $8 \star 2 = 35$をもとに考えてみよう</div> ・ $6 \star 2$ は $6 \star 3$ より 2 大きく、 $6 \star 3$ は $6 \star 4$ より 3 大きい ・ $6 \star 5 = 6 + 5$ ・ $6 \star 4 = 6 + 5 + 4$ ・ $6 \star 3 = 6 + 5 + 4 + 3$ ・ 他の数値をあてはめてみよう	※数値は児童から上がってきたものを使い、必要に応じて数を増やす。 ※全体で考えていくようにする。 ※電卓の模型を活用する。	数学化と検証
7. 演算「☆」のきまりを知る	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">a ☆ b は、a から b までの整数をたした数(和)を求めるというきまりだったんだ。</div>	※児童の話し合いをもとにまとめたが、不可能だった場合はこちらから告げる。	検証
8. 新たな課題を持つ	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">同じように自分だけのきまりを作ってみよう</div>		数学化

- 1) オープンな課題設定が思考の柔軟性をもたらし、多様な考えを引き出すことができると同時に、それを発表し話し合うことで、学級全体の論理的思考が高まる。
- 2) 課題把握が難しい児童生徒にとっては、具体的なことばが手掛かりになる。発想を引き出すための手だてを考えておくことが大切である。
- 3) 授業に対する関心、意欲が高まるような課題を設定することによって、児童生徒は直観や論理的思考を働かせ、意欲的に課題に取り組もうとする。
- 4) 同じ課題でも発問を変えることにより、直観や論理的思考の働き方に違いが見られる。
- 5) 操作や作業を取り入れ、試行錯誤を繰り返すことにより、直観や思考の深まりが見られ、直観力や論理的思考力が育つ。
- 6) 数学化と数学的検証活動を繰り返し行うことによって、直観と論理的思考が相互に働き、効果的な学習ができる。

課題設定の大切さ、発問の工夫の必要性、試行錯誤の重要性などを考慮した授業をすることによって、直観力や論理的思考力は明らかに育っていく。特に何回かの検証授業をすることで、試行錯誤を繰り返すことの大切さを実感した。試行錯誤を繰り返すことによって、児童生徒は直観を働かせ、思考が徐々に深まっていくのである。

2. 今後の課題

この研究により、算数・数学の学習では、試行錯誤が非常に重要であることがわかったが、この試行錯誤の段階を、いかに効果的に学習過程の中に設定していくかを考える必要がある。

また、数学的検証活動を長期間積み重ねることにより、論理的思考力がどのように育成されるかを検証する事も大切であろう。

さらに、児童生徒の変容を把握するための検証のあり方を明確化し、それを具体的に実践することで、児童生徒の変容を、より客観的に捉えられればさらによいと考える。

おわりに

算数・数学教育において、「論理的思考力の育成」は1つの大きな課題と位置づけられるのではないだろうか。本研究では、「直観」と「論理的思考」の関連という視点からこの課題に迫り、検証授業を通して、いくつかの知見が得られたのではないかと考える。

これをもとにし、新学習指導要領の「生きる力」を算数・数学科の立場からさらに追求できればと考える。

最後に、本研究を進めるにあたり、貴重なご指導、ご助言をいただきました先生方をはじめ、研究担当者所属校の校長先生並びに教職員の皆様に、心より感謝申し上げます。

【参考文献】

- ポアンカレ（吉田洋一訳） 『科学の価値』
岩波書店 1905年
- 松原元一 『算数教材の考え方教え方』 国土社
1983年
- 小西 茂，清水静海
『算数科のキーワード 1 論理的な思考力や直観力を育てる』 明治図書 1989年
- 松原元一 『数学的見方考え方』 国土社
1990年
- 中島健三，菊池兵一，橋本吉彦，杉山吉茂，清水静海，能田伸彦 共著
『創造的思考力を育てる算数教育とは』
東洋館出版 1992年
- 及川忠好，川村浩 「論理的な思考力や直観力を育てる算数・数学科の学習指導法に関する研究」
平成4年度 岩手県立総合教育センター研究集録
1993年
- 中島健三，清水静海，瀬沼花子，長崎栄三 『算数の基礎学力をどうとらえるか』 東洋館出版社
1995年
- ジーン・レイブ
(無藤 隆，山下清美，中野 茂，中村美代子 訳)
『日常生活の認知行動』 新曜社 1995年
- 根本 博 『新学力観に立つ数学科の授業改善』
明治図書 1996年
- 渡辺明，佐藤光雄 「直観力や論理的な思考力を育てる算数科の指導に関する研究」
平成8年度 山梨県総合教育センター研究報告書
1997年

【指導助言者】（敬称略）

- 横浜国立大学教授 橋本 吉彦
(平成9年度川崎市総合教育センター専門員)
- 筑波大学助教授 清水 静海
川崎市立宮前平小学校長 築部 敬彦
(川崎市立小学校算数教育研究会会長)
- 川崎市立大師中学校長 時 日出男
(川崎市立中学校教育研究会数学会長)
- 川崎市総合教育センター教育相談員 宮川 博男