

算数・数学のよさが分かり， 意欲的に進める学習活動に関する研究

—— 学習活動における「よさ」のとらえを中心に ——

算数・数学科研究会議

研修員 曾根 均（川崎市立宮前平小学校）

佐野 速夫（川崎市立宮崎小学校）

川越 浩之（川崎市立宮内中学校）

竹内 和則（川崎市立中原中学校）

研修指導主事 白井 理

主題設定の理由

1．研究主題

2000年（平成12年）12月に公表されたTIMSS-R¹⁾の国際調査結果報告（速報）によると、「数学が大好き，または好き」と答えた生徒は48%で，世界平均値より24%低く，最下位から2位であった。また，「数学が嫌い，たいくつだ」と感じている生徒の割合が増加していることも過去の調査結果との比較によって分かった。最近，数学離れが叫ばれている所以である。しかし，数学離れは，本当に算数・数学のよさが理解されてのことだろうか。

児童・生徒が，算数・数学のよさを感じることができれば，「前にやったことが使えそうだ」「次はどうなるのだろうか？」「他の場合でも成り立つのかな？」などと意欲的に学習活動を進めていくことができるのではないだろうか。本来もっている児童・生徒の学ぼうとする意欲を，算数・数学の授業においてぜひ取り戻していきたいと考え，研究主題を「算数・数学のよさが分かり，意欲的に進める学習活動に関する研究」と設定した。

学習内容が精選された新学習指導要領においては「少なく学んで（本質を学んで），大きく生かす」ということが大切になるが，算数・数学のよさの感得はこのことにもつながってくるものと考えられる。

2．算数・数学のよさ

算数・数学のよさを，知識・理解や表現・技能にかかわる内容に限定されるものではなく，数学的な考え方や態度にかかわることも含めて，算数・数学の学びにかかわるすべての要素を視野に入れて考えていきたい。小学校学習指導要領解説（算数編）でも，「知識・理解の内容，数学的な考え方，表現・技能」に「有用性，簡潔性，一般性，正確性，能率性，発展性，美しさなど」のよさがある²⁾，としている。

さらに，本研究を進めていく上で，算数・数学のよさについての機能的な側面を具体的に明らかにしていきたい。例えば，「筋道を立てて考えることのよさ」を，見いだしたことの正しさを確認することができる，ある事実の正しさや自分の判断の正しさなどを他人に説明しやすくすることができる，ととらえる。また，「数理的な処理のよさ」を，ことからや関係を簡潔，明瞭に，より一般

¹⁾ 国立教育研究所 第3回国際数学・理科教育調査 - 第2段階調査 - (2000)

²⁾ 文部省 小学校学習指導要領解説 算数編 (1999) p.19

的に表すことができる 式の表す具体的な意味を離れて、形式的に処理することができる 式から具体的なことがらや関係をよみとったり、より正確に考察したりすることができる 自分の思考過程を表現することができる、それを他人に的確に伝達することができる、ととらえるなどである。

また、検証授業の中での児童・生徒の反応をとらえ、それが算数・数学のよさとどのようにかかわっているかも明らかにしていきたい。

このようによさを具体的に明らかにしていくことで、日常の学習活動の中で、児童・生徒によさを体験的に分かりやすく伝えていきたい。

3. 意欲的に進める学習活動

以前は、問題を与えられてもすぐに投げつけてしまっていたような児童・生徒が、「前に習ったことが使えそうだ」と既習に着目したり、「これは分からないけど、こういうのだったら分かる」というように問題を単純化していったりする姿を、意欲的に学習活動を進めている姿としてとらえたい。また、「条件を変えたらどうなるだろうか」「他の場合でも成り立つかな」などのように、発展的に考えようとしている姿も意欲的に学習活動を進めている姿としてとらえたい。

さらに、算数・数学の学習場面だけではなく、日常生活における様々な場面で学習したことがらを積極的に活用していく姿も意欲的に学習活動を進めている姿としてとらえていきたい。

思考を進めるときにはたらく考え方のよさや、算数・数学の内容にかかわる考えのよさ、つまり、数学的な考え方を実践していこうとする態度そのものが「意欲的に進める学習活動」となって現れると考える。

研究の内容

1. 研究仮説

で述べてきたことを踏まえ、研究仮説を下記のように設定した。

児童・生徒が学習していく中で算数・数学のよさを感じていくことにより、意欲的・主体的に学習活動を進めていくことができる。

2. 研究の視点

研究を進めるに当たり、算数・数学のよさを、知識・技能だけでなく、考え方・態度も含め、算数・数学の学びにかかわるすべての要素を視野に入れて考えた。また、学習活動における「よさ」のとらえを中心に挙げた。

さらに、実践授業における研究の視点を下記のように設定し、検証を行った。

- ・ 検証授業やその単元を通して、教師が算数・数学のよさをどのようにとらえたか。
- ・ 児童・生徒に算数・数学のよさが伝わったか。
- ・ 児童・生徒が意欲的に学習活動を進めていたか。

3. 検証授業

検証授業1 (かけ算)

平成13年10月26日 小学校 2学年

(1) 単元について

平成14年度からの教科書では、「かけ算」「かけ算九九づくり」「九九のひょう」のように3つの単元として扱っているが、乗法の学習は本来一連の流れで学習していくものであると考え、ここではまとめて扱うようにした。指導計画では、2の段と5の段の構成を全体で確認し、本時では2の段と5の段以外のかけ算九九も知った方が便利であることに気付くことをねらいとし、その後、自分で構成する段を決めて取り組むようにした。このことで、児童にとっては思考の連続が図られ、学習への理解も深まり、意欲的に学習を進めることができると考えた。

(2) 本時の課題

	左のように3れつにならんだシールがあります。 25人のクラスでは、全員に1つずつシールをくばることができるでしょうか。
--	--

(3) 本授業における算数のよさ

ものを数えるときに、ひとまとめにしたものの「いくつ分」と見ることによって、少ない時間で個数を数えることができるよさがある。(能率性のよさ)

かけ算の式を使うことによって、式をより簡潔、明瞭、的確に表すことができるよさがある。(簡潔性、正確性のよさ)

2, 5の段の既習を生かすことによって、3の段の構成を類推することができるよさがある。(発展性のよさ)

かけ算の式を使うことによって、自分の思考過程を表現することができ、それを他人に的確に伝えることができるよさがある。(正確性のよさ)

(4) 授業の実際 (T:教師, C:児童)

T 1	どうしたら分かるかな?	
C 1	まず、シールの数を数えよう。	
C 2	ぼくは、1, 2, 3, ...と一つずつ数えたら24個あることが分かりました。だから、 $25 - 24 = 1$ で、1個足りないと思います。	
T 2	シールは24枚のようですね。ほかにどんな数え方があるのかな?	
C 3	私は2とびで数えました。	← 能率性のよさ
いくつかずまとめて数えるよさが身に付いている。		
C 4	5とびで数えると、4つ余るよ。	← 能率性のよさ
C 5	そう、 $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ だから、 $20 + 4 = 24$	
C 6	5を4回足すから $5 \times 4 = 20$ だね。	← 簡潔性のよさ
5の固まりが4つあるときには 5×4 と表すことを理解している。		
C 7	2とびで数えると、 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$	
C 8	2をそんなに足すのは大変だから、かけ算にしよう。	← 正確性のよさ
C 9	2×12 なんて九九はないよ。	
T 3	2×9 までの九九を使って考えられないかな?	
C 10	2の固まりが12個あるんだから、その固まりを9と3に分けたらいいと思います。	← 意欲的な態度
できないとすぐにあきらめず、既習を使って考えようとしている。		

C11	2 × 9 と 2 × 3 を足せばいいんだ。	←	正確性のよさ
C12	ぼくは、たてに3つずつならんでいるからそれを固まりと考えると、3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 とみて、3 × 8 と考えました。	←	発展性のよさ 発展性のよさ
C13	私は、6個をひとかたまりに考えて、6 × 4 としました。	←	発展性のよさ
C14	でも、まだ3とか6の段の九九は習ってないよ。		
C15	たし算でできるよ。でも、面倒だな。		
C16	早く他の段のかけ算もやりたいな。	←	意欲的な態度

いちいちその場でたし算を計算するのではなく、かけ算九九を暗唱すればよいことを2の段、5の段の経験から理解している。

(5) 成果と今後の課題

式に表すよさ、かけ算を使うよさ、既習を生かすよさなど本授業で扱いたい算数のよさが、子どもたちの発言の中に聞き取ることができた。それらのよさを意識していなかった児童も、友だちの発言を聞いて理解していたことが、ノートを見るなどして確認できた。また、C16のようなつぶやきが、ノートなどのまとめにも多数書かれていた。本時で2の段、5の段以外の九九も知った方が便利なおことに気付き、次時以降は2の段、5の段の構成の仕方を生かして、自分で決めた順序にしたがってかけ算九九を構成していった。これは、「少なく学んで、大きく生かす」ということの表れともいえる。

かけ算九九の暗唱（有用性のよさ）にばかり気を取られないように、倍概念や交換法則を使えるなどのかけ算の意味（一般性のよさ）や構成の秘密（美しさ）などの算数のよさにも目を向けられるようにしていきたい。そのことで、さらに意欲的・主体的に学習していく素地を養っていきたい。

検証授業2（二等辺三角形）

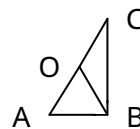
平成13年10月31日、11月1日 中学校 2学年

(1) 単元について

平成14年度から新学習指導要領が全面実施される。2学年では、図形領域の中で新たに「円周角と中心角の関係」について学習することになる。そこで、思考の連続性を配慮し、2学年で学習する「二等辺三角形の性質」とつなげていく授業展開を考えた。生徒が予想を立て、それを論理的に考え、表現することによって数学的な考え方を育てることをねらいとした。

(2) 本時の課題

二等辺三角形OABがある。
AOを延長して、OA = OCとなる点Cをとる。
このとき、ABCは何度になるでしょう。



(3) 本授業における数学のよさ

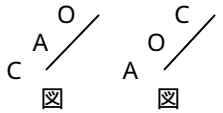


条件にあわせて図を正確に描くことによって、結果が予想しやすくなり見通しをもって考えることができるよさがある。（簡潔性のよさ）

具体的な数字で考えることによって、考えやすくなったり説明しやすくなったりするよさがある。（正確性のよさ）

文字や記号で表すことによって、いつでも成り立つことが分かったり、関係を見つけやすくなるよさがある。（一般性のよさ）

解決への見通しを立てることによって、思考や労力を節約できるよさがある。（能率性のよさ）

(4) 授業の実際 (T: 教師, S: 生徒)

S 1 図  のように、点Cの位置が2つ出てきた。
T 1 両方の図とも正しいのかな。
S 2 AOの延長だから、点Cは点Oの上にくるので図  が正しい。
S 3 OA = OCだから、図  が正しい。
S 4 条件にあった図を正確に描くと $\angle ABC = 90^\circ$ になりそうだ。 ← 簡潔性のよさ
T 2 なぜ、 $\angle ABC = 90^\circ$ になるのかな。
S 5 二等辺三角形OAB, OBCの頂角に $60^\circ, 70^\circ$ などの角度をそれぞれ入れて考えると、 $\angle ABC = 90^\circ$ になった。 ← 正確性のよさ

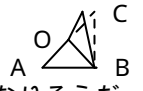
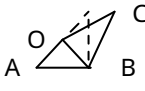
具体的な数字を当てはめて考えると、考えやすくなることに気付いている。

T 3 今考えた角度以外のときでも、 $\angle ABC = 90^\circ$ になるのかな。
S 6 二等辺三角形OABの頂角を 80° にしてみた。
それでも $\angle ABC = 90^\circ$ になった。
S 7 底角が頂角のどちらかが分かれば、 $\angle ABC$ の大きさが分かる。 ← 能率性のよさ
S 8 どんな角度の場合でも考えられるように、二等辺三角形OAB, OBCの内角に文字 x, y をあてはめて考えてみよう。 ← 意欲的な態度

どんな場合でも成り立つだろうかと、文字を使って考えようとしている。

S 9 OAB, OBCの頂角をそれぞれ x, y とすると、それぞれ2つの三角形の底角は $(180^\circ - x) / 2, (180^\circ - y) / 2$ となる。
この2つの角をたすと $\angle ABC$ になる。
 $(180 - x) / 2 + (180 - y) / 2 = \{360 - (x + y)\} / 2$
 $x + y = 180$ だから、 $\angle ABC = 90^\circ$ になる。 ← 一般性のよさ
S 10 OAB, OBCの底角をそれぞれ x, y とすると、頂角は $2y, 2x$ になる。
 $2x + 2y = 180^\circ$ だから、 $\angle ABC = 90^\circ$ になる。 ← 一般性のよさ
S 11 どちらでも説明できるけど、S 10の方が簡単だ。 ← 能率性のよさ

文字を使って表した式を比べることによって、どちらのやり方の方がより簡単に計算することができるか気付いている。

T 4 では、 $OA = OC$ で、OCを何度か傾けた場合、 $\angle ABC$ は何度になるでしょうか？
S 12 左に 20° 傾けると 20° 小さくなるので、 $\angle ABC = 70^\circ$  
右に 20° 傾けると 20° 大きくなるので、 $\angle ABC = 110^\circ$ になりそうだ。
S 13 具体的な数字を入れて考えてみると、
左に 20° 傾けた場合は $\angle ABC = 80^\circ$ 、
右に 20° 傾けた場合は $\angle ABC = 100^\circ$ になる。 ← 正確性のよさ
S 14 二等辺三角形OABの底角を x 、傾けた角度を a とすると、二等辺三角形OBCの底角は、 $\{180 - (2x \pm a)\} / 2$ になるので、
 $\angle ABC = 90 \pm a / 2$ ← 意欲的な態度
S 15 $90 \pm a / 2$ は $180 \pm a$ から出てきている。
 $180^\circ \pm a$ は AOCの左側の大きさ
 $\angle ABC = 1 / 2 \angle AOC$ の左側
という関係になるので、
OCを 20° 傾ければ $\angle ABC$ の大きさが 10° 変わる。
OCを a° 傾ければ $\angle ABC$ の大きさが $(a / 2)^\circ$ 変わることがわかる。 ← 一般性のよさ

(5) 成果と今後の課題

条件にあった図を正確に描くことによって、答えが予想できたり、見通しをもって考えることができた。また、具体的な数字を当てはめることにより、考えやすくなり、文字を利用するときにも同じように考えることができるので有効だった。文字を使って考えることによって、2つの角の大きさの関係やどの角の大きさが分かれば解決できるかなどがはっきりした。

この授業の後、円周角と中心角について学習した。そのときに、この関係をそのまま利用して「円周角の大きさは中心角の大きさの $1 / 2$ である」ことをすぐに予想することができ、その理由についても二等辺三角形を利用して説明できた。教科書の単元構成とは異なるが、このような展開の仕方もある方法であると考えられる。今後の実践が望まれるところである。

研究のまとめ

1. 研究の成果

本研究では、記載した2つの検証授業以外にも、小学校5年の「三角形や四角形の面積」の単元において既習の面積の求め方を利用して他の図形の面積を求めていたり、中学校3年の「円」の単元において補助線を引くことによって解決の見通しをもったりなど、いくつかの実践を行ってきた。算数・数学のよさを感じ得ることによって意欲がわき、算数・数学が単なる知識や技能としてだけではなく、数理的に処理する場合の有用な考え方として利用できるようになる姿がこれらの実践例の中でも見ることができた。

「できた」「分かった」は確かに学習意欲を喚起するが、よさを感じ得た児童・生徒は、算数・数学の学習をさらに発展的に進めることができるだけでなく、実際の生活の場面や様々な場で学習したことがらを積極的に活用していくようになる。このように意欲的に活動することが、新たなよさの感得につながっていく。この感得こそが、「少なく学んで、大きく生かす」ことにつながってくると思われる。

2. 今後の課題

算数・数学のよさを感じ得るということは容易なことではない。まず教師自身が、学習の中にどんなよさが含まれているのかを十分に把握し、よさを味わわせる展開を事前に考えておくことが必要である。日々の授業の中でもよさを感じ取っている場面は見られるが、よさは一度で感得できるものではない。知識や技能などの力を身に付けながら、何度も繰り返していく中で本当に感得できていくものとする。

よさというのは目に見えない難しさがある。よさが分かると意欲的に学習活動を進めていくことは本研究で示してきたが、よりよい支援を行っていくためにも、よさを多様な視点からとらえていくこと、よさを感じ得できるような問題開発、評価の方法にかかわる研究が望まれるところである。また、意欲的な姿をどう見取るかについてもさらに研究を深めていきたい。

最後に研究を進めるに当たり、適切なお助言をいただきました先生方、ご支援いただきました当該校の教職員の皆様に心より感謝申し上げます、本研究を結ばせていただきます。ありがとうございました。

【参考文献】

- | | | |
|--------------------------|------|-------|
| 片桐 重男『数学的な考え方の具体化』 | 明治図書 | 1992年 |
| 片桐 重男『数学的な考え方を育てるねらいと評価』 | 明治図書 | 1995年 |

【指導助言者】

- | | |
|---------------------------------------|-------|
| 川崎市立久地小学校長（平成13年度 川崎市立小学校算数教育研究会長） | 中原 成子 |
| 川崎市立田島中学校長（平成13年度 川崎市立中学校教育研究会数学科部会長） | 馬場 尚志 |
| 川崎市立下作延小学校長（平成13年度 川崎市立小学校算数教育研究会副会長） | 渡部 重義 |
| 川崎市教育委員会学校教育部指導主事 | 市野 典明 |

【研究協力者】

- | | |
|-------------|-------|
| 川崎市立田島中学校教諭 | 山下 國広 |
|-------------|-------|