

数量関係を正しく捉えるための問題把握の工夫

—自ら図形化することで、見通しをもって取り組む児童生徒の育成—

習熟の程度に応じたきめ細やかな指導研究会議

松浦 信明¹

宗像 拓己²

工藤 大輝³

松本 崇⁴

要 約

かわさき教育プランでは、全ての児童生徒が「分かる」ことをめざして、一人一人の「学び」を大切にした学力向上策を推進し、習熟の程度に応じたきめ細やかな指導方法等の研究を進めることが示されている。それを受け、これまでに実践的な研究がされ、平成 29 年度からは市内全小中学校で、各校の実態に応じた取組が進んでいる。

これまでの研究を受け、本研究会議では、算数・数学が苦手だと感じている児童生徒にとってのつまずきの一つは、問題文に内在する数量関係を正しく捉えることができないという数学的な態度が育成されていないことであるのではないかと考え、そこに着目し研究を進めることとした。そして、数学的な態度の程度に応じるための指導の工夫として児童生徒が問題文に内在する数量関係を正しく捉えられるように、問題文を場面絵や簡単な図などに図形化するというを学年や単元において計画的に取り入れることにした。また、児童生徒が問題文に内在する数量関係を捉えにくい単元である「割合に関する単元」に焦点を当てることにした。児童生徒が、問題文の構造が複雑で難しいと感じた際に、基準量や比較量、割合の関係（数量関係）に着目しながら図形化することで問題文に内在する数量関係を視覚的に捉え、立式までの見通しをもって粘り強く取り組めると考えたからである。以上のことを踏まえ、「単元を通して児童生徒が数量関係に着目して図形化しようとしているか」「その図形化したものは立式につながったか」を検証した。

成果として、問題文に内在する数量関係を捉えることにつまずいている児童生徒が、図形化を学習の手順に取り入れたことで、数量関係が「分かった」や立式することが「できた」という経験を得て、図形化するよさに気付くことができた。こうした経験が積み重なったことにより、構造が複雑で難しいと感じる問題に対しても、場面絵や簡単な図を用いて基準量や比較量、割合の関係（数量関係）を正しく捉え、立式までの見通しをもって粘り強く取り組む姿が見られた。

キーワード：習熟の程度、捉え方、数学的な態度、数量関係に着目、図形化

目 次

I 主題設定の理由	53	II 研究の内容	60
1 児童生徒及び教師の実態	54	1 研究の進め方	60
2 習熟の程度に応じたきめ細やかな指導の捉え方	55	2 指導の実際	62
3 自ら図形化する態度を育てるための手立て	58	III 研究のまとめ	70
4 主題設定	60	1 これまでの成果	70
		2 今後の課題	71
		参考文献・指導助言者	72

¹川崎市立久本小学校教諭（長期研究員）

²川崎市立梶ヶ谷小学校教諭（研究員）

³川崎市立南河原小学校教諭（研究員）

⁴川崎市立大師中学校総括教諭（研究員）

I 主題設定の理由

1 児童生徒及び教師の実態

(1) 児童生徒の実態について

平成 30 年度に「第 2 次かわさき教育プラン～第 2 期実施計画～」の取組が始まり、「基本政策Ⅱ 施策 1. 確かな学力の育成」の中に「一人ひとりのつまずきや学習の遅れなど、児童生徒の多様な学習状況に対して、よりきめ細やかな対応を図るため、習熟の程度に応じた少人数指導など、個に応じた取組を推進します。」と示されている。かわさき教育プランにある「つまずきや学習の遅れ」を感じている児童生徒は、実際どの程度いるのだろうか。図 1 は、川崎市学習状況調査で行った児童生徒の算

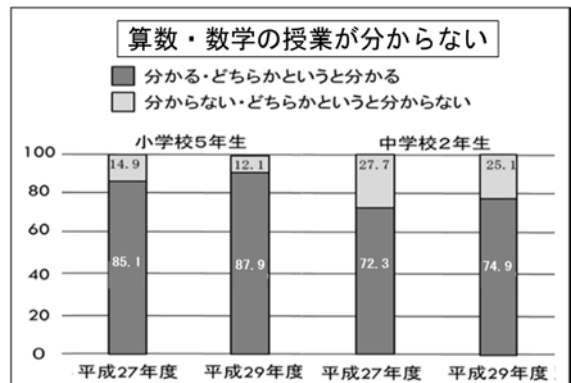


図 1 川崎市学習状況調査

数・数学の授業の理解度に関するアンケート結果である。平成 27 年度と平成 29 年度に「授業が分かる・どちらかといえば分かる」と回答した児童生徒の割合を比較してみると、小学校 5 年生で 85.1%から 87.9%、中学校 2 年生で 72.3%から 74.9%になり、算数・数学の授業の理解度は改善傾向がみられる。しかし、平成 29 年度に「授業が分からない・どちらかといえば分からない」と回答した児童生徒が、小学校 5 年生で 12.1%、中学校 2 年生で 25.1%いることも明らかとなった。また、全国学力・学習状況調査（平成 29 年度）の算数・数学の授業の理解度に関するアンケート結果でも、小学校 6 年生 21.4%、中学校 3 年生 27.5%が「授業が分からない・どちらかといえば分からない」と回答している。平成 28・

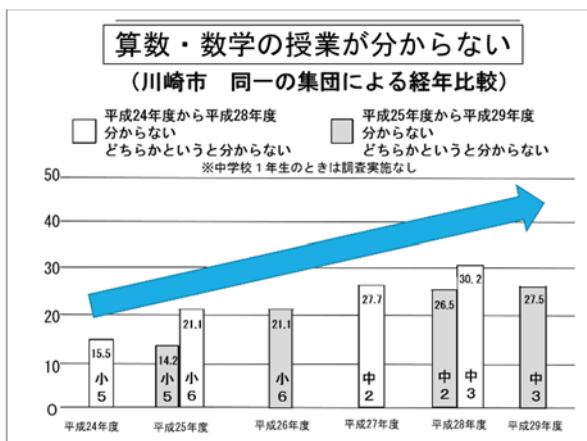


図 2 川崎市学習状況調査及び全国学力・学習状況調査

29 年度に中学校 3 年生であった生徒の過去を全国学力・学習状況調査と川崎市学習状況調査の結果から経年比較してみると、どちらの対象者も算数・数学の授業を理解していない割合は、学年が上がるに連れて増加している（図 2）。学年が上がるに連れて学習内容が難しくなることに伴い、授業の理解度が低くなっていると考えられる。一方、平成 29 年度の全国学力・学習状況調査で「数学ができるようになりたいと思う」と答えた中学校 3 年生の割合は 90.1%であることから、多くの生徒が数学を理解したい気持ちはあるが、授業ではそれが難しいと感じていることが推測できる。

(2) 教師の実態について

平成 30 年度第 1 回習熟の程度に応じたきめ細やかな指導担当者（以降、習熟担当者と表記する）会議の参加者に「算数・数学の授業を行う上での悩みは何ですか」という質問をしたところ、小中学校の多くの教師が「一人一人の習熟の程度に応じた授業のより効果的な進め方が分からない」と回答した。学級には問題文からすぐ立式できる児童生徒もいれば、何をしてよいか分からない児童生徒もいる。また、分からないときは友達や教師に積極的に聞いたり、様々な方法を用いて考えたりできる児童生徒もいれば、分からないままにしてしまう児童生徒もいる。一人一人の習熟の程度が異なる児童生徒で形成された集団を、同じ課題で一斉に指導することは容易ではない。教師は、児童生徒の習熟の程度に応じることができるといふ悩みに対し、日々の授業で試行錯誤しているのではないだろうか。

2 習熟の程度に応じたきめ細やかな指導の捉え方

(1) 本市のこれまでの取組

本市では、平成 27 年度から「第 2 次かわさき教育プラン～第 1 期実行計画～」が実施され、その中の「基本政策Ⅱ 施策 1. 確かな学力の育成」において、習熟の程度に応じたきめ細やかな指導の充実のために、より有効な指導形態や指導方法について研究実践を進めてきた。「確かな学力」を育むために知識及び技能のみならず、思考力・判断力・表現力等をバランスよく育成し、学習意欲の向上に努めた。平成 28 年度は、各学校に習熟担当者を配置し、実施計画を作成し、各学校の取組について意見交流を行った。平成 29 年度より、市内すべての小中学校において、算数・数学の授業で、主に知識及び技能の習得のために「習熟の程度に応じたきめ細やかな指導」が取り入れられた。そうした中、小松¹ (2017) は、習熟の程度に応じたきめ細やかな指導を、計算技能の習得のための指導と限定的に捉えず、「すべての子どもが学習に取り組むことができるような手立てを講じ、学習内容を身に付けることができるようにする」と捉え直すことで「理解の違いの程度」に焦点を当てたきめ細やかな指導を研究した。

(2) 児童生徒及び教師の実態から

I-1-(1) の児童生徒の実態調査から、学習意欲はあるものの授業が分からないと感じている児童生徒が一定数いると考えられる。では、そうした児童生徒は具体的にどのような場面つまづいているのだろうか。習熟の程度に応じたきめ細やかな指導推進校と本研究会議の研究員所属校（小学校 3 校の 5 年生、中学校 1 校の 2 年生）で算数・数学が苦手と答えた児童生徒に理由を聞いたところ、「学年が上がって問題文が難しくなった」や「説明されている意味が分からないまま授業が進んでしまう」「式が立てられない」という声が多く挙がった。このことから、本研究会議では、児童生徒が問題把握²をする時点で、問題文に内在する数と数の関係性（以降、数量関係と表記する）を正しく捉えることに苦手意識があると考えた。例えば、小学校 5 年生「割合」の単元では、多くの児童が基準量、比較量、割合の数量関係を正しく捉えられず、立式に至っていないことが挙げられる。この割合に関する単元で数量関係を正しく捉えることに苦手意識をもってしまう要因の一つに言葉だけに頼る演算決定が考えられる。「AはBの何倍」を「～は」と書いてあるから「Aは割る数だ」や「～の」と書いてあるから「Bは割られる数だ」など数量関係に着目するのではなく、言葉だけに頼って演算決定をすると条件過多などの構造が複雑な問題文と出合ったときに数量関係を正しく捉えることが難しい。

このような言葉だけの演算決定をし、数量関係を正しく捉えられないことが積み重なり、その結果、問題文を読んだ後、手が止まってしまったり、諦めてしまったりすることにつながってしまうと考える。また、問題文からすぐに立式をしたり、問題文を数直線図にかいて立式をしたりするといった授業をよく目にする。もちろん、頭の中で整理して立式できたり、数直線図のようなより抽象的な図を用いて立式できたりすることをめざすべきではある。しかし、そもそも問題文で「何の問題なのか」「何を問われているのか」「出てきた数量関係は何なのか」という数量関係を正しく捉えることができない児童生徒にとっては、その後の授業についていくことができず、学習内容の理解に至らないのではないか。このような授業が積み重なれば、次第に算数・数学が苦手になったり、粘り強く取り組みなくなったりすることにつながってしまうのではないだろうか。以上のことを踏まえ、本研究会議では、算数・数学が苦手だと感じている児童生徒にとっては、問題把握の際に「これはどんな問題なのか」「何を求めればいいのか」「出てきた数量関係はどうなっているのか」を正しく捉えられるように指導をしていく必要があり、

¹小松良平 「習熟の程度に応じたきめ細やかな指導の捉え方に関する一考察」平成 29 年度 研究紀要 第 31 号 川崎市総合教育センター p.57

² 問題の場면을把握する（捉える）こと

児童生徒が数量関係を正しく捉えることができれば、立式までの見通しがもて、問題に対して粘り強く取り組むことにつながると考えた。また、そのために教師は問題把握の工夫を探る必要があり、その探究の過程で担当者が求める「一人一人の習熟の程度に応じた授業のより効果的な進め方」が明確になるのではないだろうか。

(3) 数学的な態度について

本研究会議では、算数・数学が苦手だと感じている児童生徒が問題文に内在する数量関係を正しく捉え、立式までの見通しをもって粘り強く取り組む上でまず必要なことは、問題文が提示された際に、まず自ら「何の問題なのか」「何を求めればいいのか」「数量関係はどうなっているのか」を捉えようとするところであると考えた。片桐 (2004)³は、算数・数学の学力の中心は数学的な考え方であるとし、その数学的な考え方の一つに数学的な態度を挙げている。その中で問題形成の段階で主に働く数学的な態度は「自ら進んで自己の問題や目的・内容を明確に把握しようとする態度」であるとしている。本研究会議で実現したいことは、児童生徒にこの数学的な態度が育つことだといえる。そして、この数学的な態度を育てるためには、数量関係に着目する際に数学的な見方・考え方⁴を働かせることが必要と考えた。

このようなことから、本研究会議で目指す数学的な態度を、

自ら問題文を数量関係に着目して捉えようと「数学的な見方・考え方」を働かせる態度

と設定する。

この数学的な態度はI-1-(2)で述べた通り児童生徒一人一人異なり、習熟の程度に差が生じていると考える。本研究会議では、技能の程度や理解の程度など様々な「習熟の程度」の中でもこの数学的な態度の程度に着目した。そして、数量関係を視覚的に捉えやすくする図形化の考え方が数学的な態度を育成するための工夫として有効だと考え、この図形化の考え方に着目して研究を進めていくこととする。

(4) 図形化について

図形化とは、片桐が提唱する「数学的な考え方」にある「図形化の考え方」を参考にしている。片桐は、「図形化の考え方とは、数的な事柄や関係を図形やその関係に置き換えようとする。場面や事柄、関係などを図に表してとらえようとする。」⁵ことであるとしている。本研究会議での図形化の捉え方とは、児童生徒が問題文を数量関係に着目して読み取り、問題把握を場面絵や簡単な図などに表現することである。場面絵とは、問題文から事象を絵に表現することである(図3)。簡単な図とは、場面絵を抽象化したもので、テープ上に数量を表すテープ図などが挙げられる(図4)。算数・数学

が苦手だと感じている児童生徒に

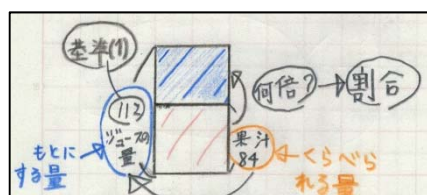


図3 場面絵の例
ジュースに入っている果汁の割合を求める問題

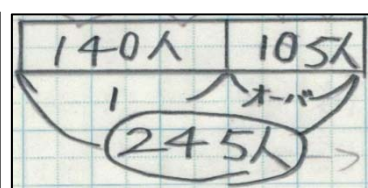


図4 簡単な図の例
定員に対する乗車した人数の割合を求める問題

対して数学的な態度を育てるためには、まず児童生徒が問題文を読み取り、数量関係に着目しながら問題把握をすることが必要である。そのための工夫の一つとして、児童生徒が問題に出合ったときに、問題文に内在している数量関係を正しく捉えるために図形化することが有効であると考えた。本

³片桐重男 『数学的な考え方と具体的な指導』 明治図書 2004年 p 38

⁴問題文を数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、論理的、統一的・発展的に考えること

⁵片桐重男 『数学的な考え方と具体的な指導』 明治図書 2004年 p 66

研究会議の対象としている児童生徒の中には、問題文を見ただけ、あるいは読んだだけで諦めてしまう児童生徒も少なくない。しかし、この問題文を図形化するという事は、自分なりに事象を捉えたものをそのまま場面絵や簡単な図に表現することから始められるという取り組みやすさがあると考えられる。この取り組みやすさとは、算数・数学が苦手だと感じている児童生徒が「まず、やってみよう」や「これならできるかもしれない」と学習に対して、きっかけとなるということを意味している。

中原 (1995)⁶は、図的表現には、様々な図があり、その一つ一つにどのような役割があるのかを分類し、まとめている (表1)。場面図は、現実的状況との関わりが強く、児童生徒が比較的取り組みやすいもので、上述した場面絵と同じ役割をもつものだと考える。また、構造図は、場面図を抽象的に捉え、テープ図など簡単な図で表現することである。中原は、この構造図が問題解決の手がかりや方法を示す基本的な役割を果たすと捉えている。問題文が複雑になり、それを表す図的表現も発展していく中で、まずは場面図 (場面絵) や構造図 (簡単な図) で問題の場面を簡単に表現するという段階を踏むことは、算数・数学が苦手な児童生徒にとって、有効な工夫の一つであると考えられる。田中 (2015)⁷は、「図や絵などをかいて場面をイメージ化し、問題の中の数値の関係を整理することができれば、立式することができるようになる」と述べている。つまり、数量関係を正しく捉えさせるために場面絵や簡単な図を用いて問題文から事象を捉えさせることが有効であることを述べている。また、中央教育審議会の算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめでは、「文章を読み取り、文字式を用いて数量の関係に表すことが難しい場合、生徒がイメージを豊かにして数量の関係を把握できるように<中略>場面を図式化したりすることなどの工夫を行う。」⁸ことが示されている。

表1 図的表現の分類

情景図	現実的的情景、状況を表す図
場面図	算数・数学的場面を表す図
手続き図	操作や計算などの手続きを表す図
構造図	場面や問題などの構造を表す図
概念図	算数・数学の概念を表す図
法則・関係図	算数・数学の法則、関係を表す図
グラフ図	各種のグラフを表す図
図形図	各種の図形を表す図

(5) 図形化することのよさについて

本研究会議では、図形化することに三つのよさがあると考えられる。一つ目は、自分の考えたことが整理できる。二つ目は、立式につなげることができる。三つ目は、他者とのコミュニケーションをとることができることである。一つ目の、自分の考えたことを整理するよさとは、問題把握する際に図形化することによって数量関係を視覚的に捉えやすくなり、正しく捉えることができる。具体的には、問題文に書かれている事象を場面絵や簡単な図に表現していくことで、「何を求めればよいのか」「数と数の関係はどうなっているのか」など、次第に見えてくることで整理できると考えた。二つ目の立式につながるよさとは、その数量関係を正しく捉えた場面絵や簡単な図から問題の場面をより抽象化した数直線図につなげて立式したり、そのまま立式したりできると考える。具体的には、テープ図やリットルマス図などに表現した図は、見方を変えると数直線図のように見えてくる。このことを児童生徒に気付かせることで、「場面絵や簡単な図に表現する事ができれば、数直線図につながる」と感じさせたい。また、数直線図から立式することができれば、「場面絵や簡単な図からでも立式できる」と捉えることもできると考える。三つ目の他者とのコミュニケーションをとることができるよさとは、図形化したものを用いて他者とのコミュニケーションをとることができることである。他者とのコミュニケーションでは、図形化したものを基に自分の考えを伝える中で間違いに気付いたり、自分とは違う表現を知る機会になったり、より相手に伝えやすい図的表現に高まっていくと考える。植

⁶中原忠男『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』聖文新社 平成7年 p.202・p.232

⁷田中博史『算数的表現力を育てる授業』東洋館出版社 2001年

⁸「算数・数学ワーキンググループにおける審議の取りまとめ」平成28年8月26日 p.2

阪（2014）は、「他者から質問を受けた場合には、十分に理解していない自分の理解状態に気づき、その部分について深く考察せざる得なくなる。つまり、学習者お互いに教え合うことを求めることで学習内容そのものの理解が深まっていた。」⁹と授業研究の結果をまとめている。また、教師にとっては、児童生徒が図形化したものから数量関係に着目でき、数直線図や立式につながるものを意図的に提示し、それを基に他者とのコミュニケーションを積極的に行う授業を展開することができる。それにより、児童生徒に場面絵や簡単な図のどこに着目すればよいのかという態度が育まれると考える。このことについて金本（2014）は、「表現し交流する授業展開において、話し合い活動を通じて考えと表現を共有し、さらに公共化すること、また、公共的なものを基にみんなで創っていくことを強調した活動を進めることが大切である。」¹⁰と述べている。金本が述べている「公共的なもの」とは、「皆が理解していること」であり、既習事項だと捉えることができる。つまり、図形化したものにある既習事項を基に本時目標との関わりで学級全体が出てきた考えや意味が共有されることがそれにあたる。上述した三つ以外のよさとして、問題を解決する際に活用できたり、問題解決の過程を振り返って何を学んでいるかを理解したりすることもできる。これらを踏まえて、算数・数学が苦手だと感じている児童生徒が問題文に内在している数量関係を正しく捉えるために図形化する数学的な態度を育てることが大切だと考える。

3 自ら図形化する態度を育てるための手立て

算数・数学が苦手だと感じている児童生徒が、自ら問題文に内在する数量関係に着目して図形化するよさに気付くにはどうすればよいのだろうか。ここでは、算数・数学が苦手な児童生徒が問題文に内在している数量関係を捉えるために自ら図形化して、立式までの見通しをもつまでの手がかりである数学的な態度をどのように育てていくか、その手立てについて考えたい。

（1）図形化のよさに気付かせる

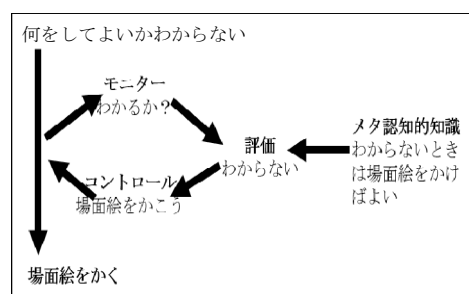
児童生徒が図形化しない理由として、図形化することのよさに気付いていないと考えられる。習熟の程度に応じたきめ細やかな指導推進校と研究員の所属校（小学校3校の5年生344名、中学校1校の2年生209名）の算数・数学が苦手と回答した児童生徒（小学校3校の5年生125名、中学校1校の2年生129名）に「問題が解けないときはどうするか」を質問したところ、絵や図に表してみると回答した児童生徒は254名中38名（約15%）と低く、「友達に聞く」や「そのままにする」と回答した児童生徒の割合は254名中127名（50%）と絵や図に表現してみると回答した児童生徒に比べて高かった。分からないと判断した時に、つまずきに対して自分で「場面絵に表してみよう」などの方法知をもっていない可能性が高く、結果として「友達に聞く」や「そのままにする」となるので、本研究会議における数学的な態度が育っていないと考えられる。もし、そのような時に「まず、図形化して数量関係を捉えてみよう」という数学的な態度が育っていれば何をしてよいのか分からないで諦めてしまうことはないだろう。しかし、その数学的な態度が育っていなければ、問題文を読んだ段階で諦めてしまうことになり、主体性は生まれにくい。この「まず、図形化して数量関係を捉えてみよう」という数学的な態度を育てるためには、授業で図形化したものが問題把握や立式、問題解決につながったりする経験を積み重ねることだと考える。このことについて植阪（2014）は、「自発的な図表の利用が少ない原因を児童生徒が図表を「教師の説明のための道具」として認識しており、「学習者自身の問題解決の道具」とは認識してい

⁹植阪友理『数学的問題解決における図表活用』風間書房 2014年 p.211

¹⁰金本良通『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』教育出版 2014年 p.173

ないことが考えられる。」¹¹として、図表に対する有効性の認知を高めることが重要だと述べている。このことから児童生徒に図形化することのよさを気付かせることが必要だと考える。

次に児童生徒が、構造が複雑で難しいと感じる問題文に対して「場面絵や簡単な図にしてみよう」と発想する過程を考えてみる。問題文を読み、つまづいている児童生徒が、例えば「問題を解くのは難しい」と思考している場面では否定的なメタ認知的知識¹²が働いているといえる。このような考えを肯定的なメタ認知的知識に変換できるようにすることが大切である。このことについては、重松ら（2013）¹³が、メタ認知モデルを示している（図5は、重松らの示したメタ認知モデルを本稿に合わせたものである）。



児童生徒が問題文を読み「この問題は、分かるか?」と、自分に問いかけ（モニター）、「分からない」と判断する（自己評価）。このときに自己評価に対してのメタ認知的知識に「何かしらの方策があるのか」がその後の展開を変えるといえるであろう。例えば、「分からないときは場面絵にかいてみるとよい」というメタ認知的知識があれば、「まず、場面絵をかいてみよう」と行動に移せる（コントロール）。このように、つまづきに対しての解決方法を自分で考え、判断して粘り強く学習に向かわせるには、児童生徒が「場面絵や簡単な図に表せばできる」という、メタ認知的知識をもっていることが大切である。では、このメタ認知的知識を児童生徒はどのようにすれば獲得できるのだろうか。本研究会議では、日々の授業で「場面絵をかいたら何を求めるのかが分かった」や「簡単な図をかいたら式が立てられた」など児童生徒の「分かった」や「できた」経験を積み重ねる必要があると考える。

（2）繰り返し用いる数学的な見方・考え方

ここまで図形化のよさについて述べてきたが、図形化すれば数量関係を正しく捉えられるというわけではない。では、図形化が数量関係を正しく捉えることにつながるためには、児童生徒は問題文のどこに着目すればよいのだろうか。また、教師は児童生徒が図形化したものの何に着目させればよいのだろうか。平成29年に告示された学習指導要領解説算数編では、数学的な見方・考え方を「事象を、数量や図形及びそれらの関係などに着目して捉え、根拠を基に筋道を立てて考え、統合的・発展的に考えること」¹⁴として示している。その中で、数学的な見方・考え方を働かせることが欠かせないと明記している。また、児童が積極的に働かせるものであることも示している。川崎市立小学校算数教育研究会では、問題文のどこに着目して、どの様な考え方で思考していけばよいのかを片桐の提唱する「数学的な考え方」を基に、児童にも分かりやすい簡単な言葉に変え「繰り返し用いる数学的な見方・考え方」として学年や領域のつながりを整理した。例えば、ものの個数や数などをいくつかのまとまりに着目する「単位の考え」は「〇〇の何個分」と言い換えている。この繰り返し用いる「数学的な見方・考え方」の種類や使われ方を教師が理解した上で授業に臨むことが大切であると考え。そうすることで、児童生徒が問題文を図形化したものに含まれる繰り返し用いる「数学的な見方・考え方」に着目することができるからである。

（3）計画的に図形化を取り入れる

I-3-(1)で述べた通り、図形化のよさに気付かせるには児童生徒が段階を踏み、徐々に図形化

¹¹植阪友理『数学的問題解決における図表活用』風間書房 2014年

¹²自分の認知に関する知識

¹³重松敬一 勝美芳雄 高澤茂樹 上田喜彦 高井五朗

『算数の授業で「メタ認知」を育てよう』日本文教出版 2013年 p13

¹⁴『小学校学習指導要領解説算数編』文部科学省 平成29年7月 p23

することで、数量関係が「分かった」や立式することが「できた」という経験などを積み重ねることが大切である。これらの経験を積み重ねることで自ら図形化する態度につながったり、立式までの見通しが立てられるようになってきたりすると考えられる。そのために、図形化を単元計画や年間計画に取り入れることにした。計画的に図形化を取り入れる際に、問題文から児童生徒が表現すると予想される場面絵や簡単な図などをあらかじめ予想することで、つまずきやすい部分を想定できることや繰り返し用いる「数学的な見方・考え方」がどこに含まれているのか、どこに着目させるとよいのかなどが考えられ、その結果つまずきに対応できると考える。

(4) コミュニケーションとしての図の役割

コミュニケーションとしての図の役割は、I-2-(5)でも述べた通り、児童生徒が図形化したものを用いて他者との交流する中で、間違えに気付いたり、自分とは違う表現を知る機会になったり、伝えることでより自分の考えが詳しく分かることだと考えられる。児童生徒が場面絵や簡単な図を基に交流することで問題文と場面絵や簡単な図を具体的に結び付けながら活動できると考える。図形化したものを用いて他者と交流する場面は、児童生徒が主体的に行う場合と教師が意図的に促す場合があると考えられる。どちらも何について話し合えばよいのか視点を示すことが大切だと考える。視点とは、I-3-(2)で述べた繰り返し用いる「数学的な見方・考え方」のことである。

4 主題設定

本研究会議では、問題文を図形化するよさに気付いた児童生徒を次のように定義する。

問題文に内在している数量関係を正しく捉えるために自ら図形化し、立式までの見通しをもって粘り強く取り組む児童生徒

このような児童生徒を、「自ら進んで問題文を数量関係に着目して捉えようとし『数学的な見方・考え方』を働かせる態度が育った児童生徒」とする。

また、習熟の程度に応じたきめ細やかな指導はI-2-(3)で述べた通り、

数学的な態度の程度に応じたきめ細やかな指導

とする。

これらの定義や捉えを基に、本研究会議では、研究主題、副主題を次のように設定した。

**数量関係を正しく捉えるための問題把握の工夫
-自ら図形化することで、見通しをもって取り組む児童生徒の育成-**

II 研究の内容

1 研究の進め方

本研究会議は、算数・数学の学習が苦手だと感じている児童生徒に対して着目する児童生徒を決め問題文に内在する数量関係を正しく捉えるための問題把握の工夫を取り入れた授業を行い、児童生徒が自ら図形化することで、立式までの見通しをもって取り組むことができたかを検証していく。まず初めに教師は、児童生徒が繰り返し用いる数学的な見方・考え方を視点に、児童生徒が問題文に内在する数量関係に着目し、どのような場面絵や簡単な図をかいているのかを見取ることが重要だと考える。具体的には、「何を求めるのか理解しているか」や「数量関係を捉えているのか」「どのように表現しているのか」を視点に見取る。児童生徒が、どのように数量関係を捉えようとしているのか理解した上で問題の場面に振り返れるように場面絵や簡単な図と問題文や式をつなぎ、より正しい数量関係を捉えられるよ

うにする。また、立式できるように正しい数量関係の把握につながるような表現（場面絵や簡単な図や言葉）は積極的に取り上げるようにする。

（１） 着目する児童生徒について

検証授業を行うにあたり、児童生徒の思考過程を詳しく追うために着目する児童生徒を事前に決めることとした。着目する児童生徒は、算数・数学の学習が苦手だと感じていることや算数・数学の授業で図形化するものの立式につながらないと担任が判断した児童生徒とする。選び方は、レディネステスト（Ⅱ－１－（２）－②図６で示されている系統表を基に作問したもの）の結果や担任の意見も踏まえ、既習があまり身に付いていないと判断した児童生徒や担任が日ごろの授業で図形化はできるが立式につながらない児童生徒とする。

（２） 予想されるつまずきとそれに対する手立て

① 検証する単元

筆者が５年生を担当していた際、児童が苦手にしてきたことのひとつが「割合」の学習である。その理由としては、問題文から基準にする大きさ（基準量）・もう一方の数量（比較量）・割合の関係性を捉えることができず、立式まで進めることができないというつまずきが挙げられる。また、習熟担当者会議において、「児童生徒がつまずきやすい単元は何ですか」という質問をしたところ習熟担当者の小学校教諭の多くが「割合」と回答した。さらに、平成 29 年 3 月に改訂された学習指導要領では、算数科改訂の趣旨及び要点に「全国学力・学習状況調査等の結果からは、小学校では、『基準量，比較量，割合の関係を正しく捉えること』¹⁵が課題として挙げられている。これらのことから数量関係を正しく捉えにくい学習である「割合に関する単元（章）」に焦点を当てて検証授業を行うこととする。また、割合に関する単元（章）の学習で数量関係を正しく捉えるために、図形化する際に活用する「繰り返し用いる数学的な見方・考え方」¹⁶にも焦点を当て、研究を進める。

② 繰り返し用いる数学的な見方・考え方

「割合に関する単元（章）」の学習において問題文を図形化する際に繰り返し用いる「数学的な見方・考え方」は、「1を決めて、その何倍か」（片桐が提唱する数学的な考え方の関数的な考えで、「何を決めれば何が決まるかということに着目すること、つまり依存関係に着目すること」¹⁷を基に考えた言葉）とする。この数学的な見方・考え方は、問題文の何を 1（基準量）と決めて、その何倍かで比較量を求めるものである。この数学的な見方・考え方は、小学校 2 年生の「かけ

2年-11「かけ算九九づくり」
2年-17「1を分けて」
3年-4「わり算」
3年-10「かけ算の筆算（1）」
4年-2「わり算の筆算（1）」
4年-15「小数と整数のかけ算、わり算」
5年-5「小数のわり算」
5年-10「わり算と分数」
5年-13「割合」
6年-4「分数のわり算」
6年-9「比」
6年-10「拡大図と縮図」
中学1年-2「文字と式」
中学2年-2「連立方程式」

図 6 割合に関する学習の系統図

算九九づくり」や小学校 3 年生の「わり算」の学習などで用いるもので、各学年で繰り返し用いる数学的な見方・考え方として児童生徒の問題解決に役立つものとしてこれまでも指導されてきた。（図 6）

③ 図形化を計画的に取り入れる

I-3-（3）でも児童生徒が日々の授業で「分かった」や「できた」経験を積み重ねることの必要性を述べたように、検証する本時だけでなく、単元を通した、また学年を通した取組でなくてはならないと考える。まず初めに、児童生徒に場面絵や簡単な図の理解をさせ共通理解を図らなくてはならない。また、つまずいた際には場面絵や簡単な図を意図的に取り上げ、それを基にコミュニケーションをさせる必要があると考える。そうすることで、数量関係が捉えられないときは「まず、場面絵

¹⁵『小学校学習指導要領解説算数編』文部科学省 平成 29 年 7 月 p 6

¹⁶川崎市小学校算数研究会で研究を進めている考え方

¹⁷片桐重男『算数と数学の一貫した指導が学力を向上させる』学事出版株式会社 2015 年

(簡単な図) に表してみよう」という態度につながると考える。

児童生徒が「分かった」や「できた」経験を積み重ねるためにも、単元計画を考える際に算数・数学が苦手な児童生徒が図形化しやすい問題の場面とそうではない問題の場面があることを教師は理解しておく必要がある。例えば、リボンの長さの問題の場面であれば、リボンの絵をかくだけでテープ図へと変換しやすくなるが、目に見えないものや経験したことのない数量関係など図形化しにくい問題の場合、どう図形化すればよいのか悩んでしまう。植阪は問題文の内容によって図表を利用する割合に変化が生まれることを示している。児童生徒が問題文の数量関係を場面絵や簡単な図にし、それを用いて立式へとつないでいく学習の過程や、最終的には一般化された数直線図などのより抽象的な図の理解にもつなげていきたいことなどを考えると、問題の場面の設定条件は場面絵や簡単な図にしやすく、より抽象的な図につながりやすいものが挙げられる。具体的な例として植阪は「距離や長さに関係した文章が付けられた問題では、図表の自発的な利用が増加する(長さ仮説)」¹⁸と述べている。例えば、液量や長さは図形化しやすいが、速さなど目には見えないものを図形化しようとする際には植阪がいうところの「変換する際の手順」が多く図形化が複雑になる。以上のことを踏まえて経験を積み重ねる場面では、できるだけ図形化しやすい問題の場面を設定することも、児童生徒に自ら図形化する態度を育てる手立ての一つとする。

(3) 検証授業の視点について

以上のことを踏まえ本研究会議は、着目する児童生徒を決めて小学校5年生と中学校2年生で検証授業を行った。教師は、児童生徒が図形化したものを「何を求めるのか理解しているか」や「基準量を何にしているのか」といった「1を決めてその何倍かに着目して図形化できているか(数量関係を捉えられているか)」と「場面絵や簡単な図が立式につながっているか」の二つの視点で、その



図 7 検証授業のイメージ図

の表現に着目する。また、児童生徒がどのように数量関係を捉えようとしているのか理解した上で問題場面を振り返れるように場面絵や簡単な図と問題文や式をつなぎ、より正しい数量関係を捉えられるようにする。また、立式できるように正しい数量関係の把握につながる場面絵や簡単な図などは積極的に取り上げ、共通理解を図る。それにより、自ら問題文に内在する数量関係を正しく捉えるために繰り返し用いる数学的な見方・考え方である「1を決めて、その何倍か」に着目しながら図形化するという数学的な態度を育成し、立式までの見通しをもって取り組むことができたかを検証する。(図7)

2 指導の実際

(1) A小学校での実践 5年生 「小数のわり算」7時間目(11時間扱い) 一斉授業

①着目する児童生徒について

A 担任との話し合いより

Aさんは、発言も活発でつまずいても周囲の友達に相談できるので、一人で悩んでいることは少ない。しかし、学年が上がったことで学習内容が難しくなっていると感じている。Bさんは、算数が得意でないと担任に話をしている。理由は「覚えるのも計算するのも苦手だし、つまらないし」と述べている。問題が解けないときにそのままにしてしまうところがある。また、絵や図を用いることもあまりない。Cさんは、算数は「自分で考えたりかいたりできるから」どちらかというが好きだが、苦手意識はもっていると担任に話している。4月のアンケート調査では絵や図を用いて問題解決しようとする6名のう

¹⁸植阪友理『数学的問題解決における図表活用』風間書房 2014年

ちの一人であった。しかし、表現した絵や図が立式につながった。表 2 レディネステストの結果 (A小学校)

イ レディネステストの結果より

Aさんは、問題文に内在する数量関係をうまく表現できないところがある。また、既習事項はあまり身に付いておらず、本時の学習でも繰り返し用いる数学的な見方・考え方である「1を決めて、その何倍か」を意識させるように「何を基準にする大きさ(基準量の1)として考えているのか」や「何を求めるのか」など具体的に確認していく必要があると考える。Bさんは、既習事項が身に付いている。図形化に対する態度がどのように変容するか本時での図的表現に着目していきたい。Cさんは、場面絵や簡単な図を用いて問題解決しようとするが、上手く表現できないので授業でどのように場面絵や簡単な図を修正していくのか着目していきたい。この3人が本時の学習で、どの様な場面絵や簡単な図をかき、それが友達とのコミュニケーションを通して立式へとつながるかを追っていくことにした。

	2年生 かけ算 4cmの3分の長さが12cmであることを説明する。	3年生 わり算 かけ算の言葉の式をもとにわり算の言葉の式を完成させる。	4年生 わり算 Aは18、Bは6。AはBの何倍かを式と問題の場面を表す絵や図で表現。	4年生 わり算 小数÷整数の計算。
A	×式 $4 \div 12 = 3$	×無回答	図も式も正解だがテープ図の表し方が入	×無回答
B	図と式を組み合わせた	○	図と式に吹き出しをつけて説明の補足をしていた	途中までやるが最後まで計算できなかった
C	同数累加からかけ算の説明を文にしてかく	○	図の説明ではできていたが、式が $6 \times 3 = 18$	○

②予想されるつまずきとそれに対する手立て

図形化を取り入れる計画を立てる際に、数量関係を正しく捉えるための工夫として、場面絵や簡単な図で問題把握をさせるようにする。数の大小や、答えの予想を立てることで、数量関係に着目できるようになると考え、場面絵や簡単な図を確認することから始めた。

表 3 小数のわり算 単元計画

学習活動	場面絵・図
①②1.6mで96円のリボン1mの値段を求める問題について、数直線や言葉の式を基に、除数が小数でも除数の式で表せることを知る。96÷1.6のような、整数÷小数の除法計算の仕方を考える。	
③小数÷小数の除法計算を理解し、筆算ができる。	
⑦本時 除法で、わる数が1より大きい場合と小さい場合を、1を基に比べることによって商の大きさの関係を理解することができる。 問題文色のちがう3種類のリボンをそれぞれ300円ずつ買おうと、赤色のリボンは0.5m、黄色いリボンは1m、緑色のリボンは1.2m買えました。どの色のリボンが一番高いと言えるでしょう。	
⑧1.2÷1.8のような計算で、商を四捨五入して概数で求める仕方を考える。	
⑨2.3mのテープを0.5mずつ切る問題の場面、商を整数まで求め、余りを出す場合の小数の除法計算の仕方を考える。	
⑩基準量や比較量が小数の場合も何倍かを求めるのに情報を用いることを理解する。	
⑪何倍かを表す数や基準量が小数の場合、比較量の求め方を理解する。何倍かを表す数や比較量が小数の場合の基準量の求め方を理解する。	

本時では、それぞれ同じ値段で長さが異なる3本のリボンの値段を比べるために、3本のリボンに対

応する立式が必要となってくる。そのため、数量関係が複雑に見え、把握できない児童が出てくると予想する。そこで、場面絵や簡単な図を用いて視覚的に表現し基準となる数（1を決めて）や比較する数（その何倍か）に着目しやすくする。集団思考では、途中まで考えたが数量関係を正しく捉えることができなかった児童の場面絵を集団思考の初めに取り上げる。出てきた場面絵や簡単な図、数直線図、式を再び問題の場面に戻して基準となる数（1を決めて）や比較する数（その何倍か）がどの部分なのか関連付けてつなげることが大切だと考える。具体的には、場面絵に数や関係を表す矢印などを付け足していくことでつまづいた児童の「分かった」につながると考えた。出てきた数に関して、「この数字って問題の場面でいうと何のこと？」など図形化したものと問題の場面をつなげるように問い返しながら学習を進めていく。その際、繰り返し用いる「1を決めて、その何倍か」をより意識できるようにする。そうすることで複雑な問題になっても数字だけの操作ではなく、今何を求めている、どういう問題の場面なのかを自ら場面絵や数直線図などを用いて数量関係を捉えようとする数学的な態度の育成につながるのではないかと考える。

③授業における着目した児童の様子

ア 問題文の数量関係を捉えることができたか

問題文（表3 ⑦時間目）をノートに書き写した直後に場面絵をかいたCさんだったが、図8にあるようにそれぞれのリボンを□円としている。これは、問題文にある「それぞれ300円」という言葉が捉えられなかったのでリボンの値段を□円にしたと考えられる。教師が「□円って書いてあるけど、それぞれの値段は分からないの？」と問うと、場面絵を基にさらに考え、近くの友達ともコミュニケーションを図つ

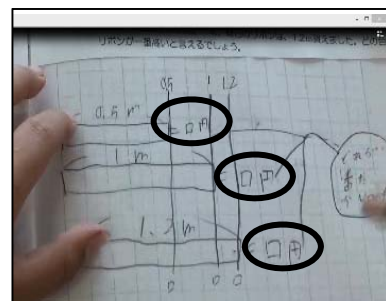


図8 Cさんがかいた場面絵

ていた。話している友達も問題把握ができずにいた。そこで、友達が「文章もう一回読んでみる。」と言って、問題文を読み返した。すかさず教師はこの行動に対して学級全体に向けて「分からなくなったらもう一回問題の場面に戻ってどんなことなのか問題の場面を確認しましょう。」と価値付けした。このことによってもう一度、問題の場面に戻って数量関係を整理する姿が見られた。Cさんと友達は、その後、数量関係を正しく捉えることができ、立式までの見通しをもって学習を進めることができた。

イ 場面絵や簡単な図から立式できたか

Cさんは、これまでの経験から図9のような場面絵にかいた後、数量関係を示す数を入れて数直線図につなげなかった。しかし、上段に書いた数字が0.5から1に2倍されているのに下段に書いた数字が300のままであることや、それぞれもととなる値段が異なるリボンをすべて並べて数直線図にできないことに困っていた。そんな

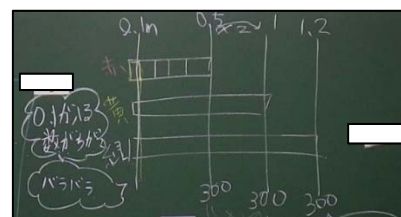


図9 友だちが説明に使った場面絵

ときに友達は、「1を決めて、その何倍か」に着目し、それぞれ0.1mをもと（基準量の1として）にして値段を出し、すべて並べて数直線図には表せないことを場面絵（図9）で全体に説明した。このことにより、それぞれのリボンに対して数直線図をかくことができ、立式へとつながった。

ウ 授業後の感想

Aさんは、授業後の感想で「授業が進んで分からなくなった時に自分のかいた図をもう一度見たら分かった。」と話している。このことから、数量関係を正しく捉え立式までの見通しをもつだけではなく、学習が分からなくなった時に振り返ることができるよさもあることに気付いている。Bさんは、なかなか数量関係を捉えることができなかったが、「友達がかいた図で分かった。」と話している。これにより、自分がかいた場面絵と友達がかいた場面絵や簡単な図を比較することによって間違いに気付き数量関

係を正しく捉え、立式できていた。また、「今後も場面絵や簡単な図は使えそうか。」という問いに対して「前にかいた場面絵や簡単な図が今日の学習でも役に立ったし、これからの学習でも使えると思う。」と回答している。以前の「分かった」や「できた」経験が本時の学習でも実感でき積み重なったBさんにとって、場面絵や簡単な図はこれからも自身の役に立つ道具の一つとなっていた。Cさんは、リボンを0.1mに分割した場面絵を基に「0.1mをもとに考えられたので値段が比べられた。」と話していた。何をもと（基準量の1）として捉えるかを決定する際に場面絵が有効であったとともに、問題文を読んだだけでは数量関係を整理できずに立式までの見通しがもてなかったCさんにとって場面絵は有効であった。着目した児童3名は、算数の授業においてつまずいた際に既習を用いて考えたり、自分の考えを表現したり、図や式で何を用いればよいのかという判断したりする力は高くはない。しかし、場面絵や簡単な図にすることで、問題文を整理し表現できたり、授業の途中で分からなくなってしまうと立ち止まり振り返ったりすることができていた。また、その授業だけではなく、前回の授業や、学習した単元、これまでの学年で学んだことを効果的に用いるようにしていた。

(2) B小学校での実践 5年生 「割合」 8時間目 (12時間扱い) 一斉授業

①着目する児童について

A 担任との話し合いより

Dさんは、これまで問題文にある数を抜き出して立式していた。しかし、その式に根拠はなく間違えにつながることも多かった。また、自分の考えに自信がもてないので、積極的に発言したり、友達とコミュニケーションをとったりする場面が少なかった。Eさんは、算数に対して苦手意識があり、理解しないまま授業が終わってしまうことも多くあった。しかし、立式や問題解決の際に図が必要であると感じている。

表 4 レディネステストの結果 (B小学校)

イ レディネステストの結果より

2名ともに問題の場面を場面絵や簡単な図に表現することはできている。また、式も正解しているが表現した場面絵や簡単な図には演算決定につながる表現は少なく、立式の根拠となっていない。

	2年生 かけ算 4cmの3分の長さが12cmであることを説明する。	3年生 わり算 かけ算の言葉の式をもとにわり算の言葉の式を完成させる。	4年生 わり算 Aは18、Bは6。AはBの何倍かを式と問題の場面を表す絵や図で表現。	5年生 小数のわり算 A2.8、B3.5mの青いリボンと1.4mの白いリボンがあります。CはBの0.4倍。AはBの何倍かを問題の場面を表す絵や図と式で表現。
D	式 $12 \div 4 = 3$ 全体÷1つ分=台数 テープ図とかけ算	Δ わられる数÷わる数	テープ図も式も正解	問題から関係のある数を抜き出し、数量関係を明らかにしようとした。式〇
E	言葉と式	\times 物の大きさ÷物の数	言葉と場面絵と式で表現できている	テープ図と式〇

②予想されるつまずきとそれに対する手立て

II-1-(2)-①で述べた通り、「割合」の単元ではつまずく児童が多くいるが、これまでの授業で問題文から数量関係を正しく捉えることができないときは、場面絵や簡単な図、数直線図で問題把握をしてきた。本単元でも活用し、数量関係を正しく捉えることができるように場面絵や、簡単な図を積極的に取り上げる。そうすることで、基準量、比較量、割合の関係が明らかになり、立式の見通しがもてるようになると考える。

表 5 割合 単元計画

学習活動	場面絵・図
①もともになるゴムひもの長さを変えた場合の伸び方を調べる問題の場で、基準量と比較量の関係を差で捉える場合と割合(倍)で捉える場合の妥当性について考える。	
②③輪投げゲームの結果を比べることをとおして、割合の意味と表し方を知る。 数量関係を正しく捉えるために何が基準量になるのかを確認する。	
④百分率の意味と表し方を理解する。 場面絵でいう果汁は数直線図でいうこの部分で、... 場面絵を横にしたら数直線図と同じように見える、...	

<p>⑤百分率が100%を超える場合を理解する。</p> <p>100%より大きくなりそうだな。</p>	<p><数直線図> 乗車率 人数 割合 0 140 245 (人) 0 1 (割合)</p> <p><場面絵・テープ図> 140人 245人 1 (100%)</p>
<p>⑥歩合表し方「割」を理解する。</p>	
<p>⑦基準量と割合がわかっているときの、比較量の求め方を理解する。(第二用法)</p>	<p><数直線図> 人数 割合 0 0.62 400 1 (割合)</p> <p>何を基準量にして、どこを求めると考えられるように、場面絵や数直線図に表す。</p>
<p>⑧本時 比較量と割合がわかっているときの、基準量の求め方を理解する。(第三用法) 問題文 西山公園の池の面積は3,600 m²で、これは、公園全体の15%にあたります。西山公園全体の面積は何m²でしょうか。</p> <p>問題文から基準量、比較量、割合の関係を正しく把握できない児童に数量関係(値の組)を捉えさせる。また、数直線図と問題の場面をつなげて考えることができるように活用する。</p>	<p><数直線図> 面積 割合 0 3600 1 (割合)</p> <p>公園全体</p> <p>池</p> <p>池は3,600m²で15%</p> <p>公園全体を100%と考えると、面積は□m²</p>
<p>⑨割合を(1±a)とする問題の解決のしかたを考慮することができる。</p> <p>数直線図と場面絵、式をつなげながら、数直線図や場面絵のどの部分を求めていくのか確かめながら進める。</p>	<p><数直線図> 面積 割合 0 値引き分 元の値段 4000 (円) 0 0.3 1 (割合)</p> <p>4000×0.3=1200 4000-1200=2800</p> <p><場面絵> 0 値引き分 元の値段 4000 (円) 0 0.7 1 (割合)</p> <p>1-0.3=0.7 4000×0.7=2800</p>
<p>⑩割合を(1±a)とする問題の解決のしかたを考慮することができる。</p>	<p><数直線図> 値段 割合 0 1800 1 (割合)</p> <p>元の値段</p> <p>元々の値段の80%の金額が1,800円になることが分かるね。□×0.8=1800だね。</p>

また、場面絵や数直線図に表せた数と問題の場面をつなぐように指導していく。その際に、数直線図にも色を付けるなどして、児童生徒が基準量、比較量、割合は、図や式でいうとどこに当たるのかを意識して区別できるようにしていく。

③授業における着目した児童の様子

ア 問題文の数量関係を捉えることができたか

Dさんは、問題文(表5 ⑧時間目)をノートに書き写した後、百分率で表されていた池の割合15%を小数に直し0.15とし、「3600×0.15」を立式した。出てきた数から答えが間違っていることに気づき、図10(左)の場面絵をかいた。

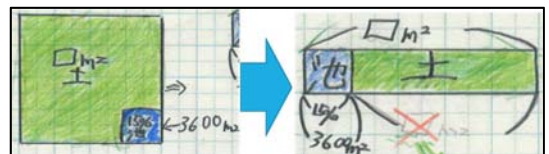


図10 Dさんがかいた場面絵

その後、図10(右)の簡単な図に変化させた。この場面絵から簡単な図にしたことで、池は公園全体の15%であることや本時の課題では池を踏まえた公園全体の面積を求めることを捉えることができた。

イ 場面絵や簡単な図から立式できたか

Dさんは、ノートにかいた場面絵、簡単な図から数直線図につなぎ、立式することができた。簡単な図をテープ図のようなものにしたことで数直線図につながりやすい形になり、立式への見通しとなった。この簡単な図は、同じ

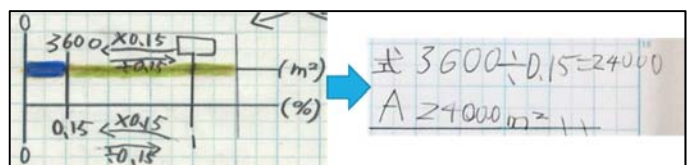


図11 Dさんの数直線図から立式まで

単元の5時間目「100%を超える場合の乗車率」を求める問題で友達が説明の際に提示したものである。その簡単な図をノートにかき残しておいたDさんが、本時の学習でも使えるのではないかと考えた結果、基準量である公園全体の面積を1と決めて、その0.15倍が池の面積だと捉え、数直線図や立式につな

がったのである。(図 11)

ウ 授業後の感想

Dさんは、その後の学習でも図 12 のように場面絵→簡単な図(テープ図のような図)→数直線図→立式と進め問題解決することができていた。また、問題文を一度場面絵や簡単な図に表現することで数量関係を正しく捉えることができていた。場面絵にして簡単な図にすれば数直線図がかけて立式「できた」という経験を積んだことが、今後も図形化すれば「できるかもしれない」という見通しをもつことにつながった。Eさんは、これまでの学習で場面絵や簡単な図を用いて問題解決することに取り組んできてはいたが、この割合の単元から新たに数直線図を取り入れようとした。結果的には、数量関係を正しく捉えることができなかったが、もう一度、場面絵や簡単な図に戻することで、数量関係を正しく捉えることにつながった。Eさんは、場面絵や簡単な図、数直線図などの様々な方法で問題把握「できる」と感じていた。

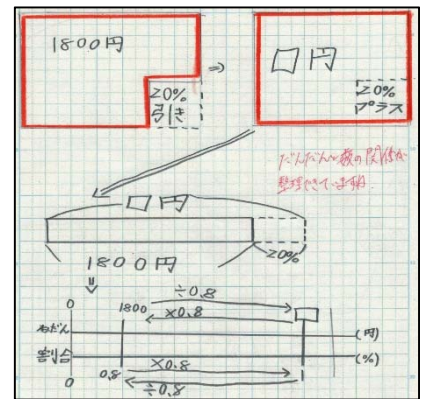


図 12 Dさんの12時間目のノート

着目した児童2名は、5年生の初めのころは問題文が出てても何をしてよいのか分からず戸惑っていた。検証授業を行った10月下旬頃には問題文が出た後、数量関係に着目しながら自ら図形化をし、立式までの見通しをもつことができるようになった。

(3) C中学校での実践 2年生 「連立方程式」 12時間目(13時間扱い) 一斉授業

①着目する生徒について

ア 担任との話し合いより

Fさんは、数学に対して苦手意識がある。しかし、「苦手だけど、分かった時にそういうことか!と気持ちいい」と数学の楽しさについても述べている。Gさんは、数学に対してどちらかという苦手意識をもっている。また、問題解決に絵や図はあまり用いないが連立方程式の学習から少しずつ簡単な図を用いるようになってきた。

イ レディネステストの結果より

表 6 レディネステストの結果(C中学校)

Fさんは、問題文を図形化しようとする態度は育っているが、その図形化されたものを立式へと

	5年生小数のわり算9.5cm①と、7.6cm②がある。②の長さは、①の長さの1.25倍であることを説明する。	5年生割合割合を求め言葉の式を完成させる。	5年生割合百分率で表す。	5年生割合家で使っている洗剤が、20%増量して売られていた。増量後の洗剤の量は480mL。増量前の洗剤の量は何mLか。	中学1年生文字と式×人のうち、37%がAである。Aの人数を求める。
F	△場面絵はかけているが情報が少ない	○	×無回答	場面絵はかけたが立式へはつながらなかった	×無回答
G	○場面絵と式	○	2問中1問正解	×無回答	×無回答

つなぐことができない。また、小学校5年の割合の問題は基準量や比較量が捉えられず、式を立てることができないなど既習事項はあまり身に付いていない。Gさんは、5年生の学習内容である小数のわり算では場面絵と式が繋がったが、割合の問題になると何も手がつかなくなってしまった。このことは、問題文の構造が複雑になったことと関係し、数量関係を捉えることができていないと考えられる。この2人が本時の学習で、どのような場面絵や簡単な図をかき、それが友達とのコミュニケーションを通して立式へとつながるかを追っていくことにした。

②予想されるつまずきとそれに対する手立て

中学校は、小学校に比べ学習内容が難しくなり、問題文に内在する数量関係を正しく捉えることができない生徒が多くいるため、立式に際して、場面絵や簡単な図などを用いる章の計画を立てることとする。具体的なつまずきには、問題の場面で、「何を求めたいのか」や「どの数量を比較しているのか」、「今日扱っている数量は何か」など数量関係に着目できずに、立式できないことが挙げられる。検証す

る章の1時間目から、問題文に内在する数量関係に着目しながら図形化させていくことが大切だと考えた。本時の数量関係は、2種類のジュースを合わせて200Lということと、ジュースAは20%、ジュースBは10%残っているということと、残りのジュースを合わせると32Lということである。この数量関係を正しく捉えさせるために「もと(基準量の1)になるそれぞれのジュースの量と残ったジュースの量(1の何倍か)」に着目させなくてはならない。そこに20%と10%という割合が入ってくると数量関係がよくわからなくなってしまう生徒が増えると予想される。このような生徒でも、場面絵や簡単な図(図形化)にすることで数量関係を整理しやすくなると考える。また、担任は、連立方程式の学習から手順(I何の問題か、II何を求めるか、III場面絵や簡単な図で表す、IV式を立てる、V解を出す、VI解が合っているのか)に沿って進めた。こうすることによって、数学が苦手だと感じている生徒が学習に取り組むことができると考えたからである。

表 7 連立方程式 章計画

学習活動	場面絵・図												
<p>①19人の座席の座り方を考えます。3人がけの座席には3人、2人がけの座席には2人が必ず座るようにします。3人がけと2人がけをそれぞれ何列使う座り方が考えられるでしょうか。</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p>												
<p>②みかん3個とりんご2個を購入する際の代金540円と、みかん1個とりんご2個を購入する際の代金380円の問題から連立方程式の立式を考える。</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p>												
<p>③連立方程式から1つの文字を消去する方法を考える。(加減法①)</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p> <p>場面絵と式がつながるように対応する絵と数を確認していく。</p>												
<p>④文字の係数の絶対値が等しくないとき、文字をどのように消去すればよいのか考える。</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p> <p>場面絵で問題把握をし、式につなげるように。対応する絵と数を確認していく。</p>												
<p>⑤代入法を用いて連立2元1次方程式を解く。 ガム5個と飴3個の代金の合計は220円で、飴1個の値段はガム2個の値段と同じです。ガム1個の値段はいくらでしょう。また、あめ1個の値段はいくらでしょう。</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p>												
<p>⑨連立方程式を用いて108人が5人グループと6人グループに分かれる際のそれぞれのグループ数を求める問題を解く。</p>	<p><表> <table border="1" data-bbox="566 1512 829 1601"> <tr> <td></td> <td>5人班</td> <td>6人班</td> <td>合計</td> </tr> <tr> <td>班の数</td> <td>x</td> <td>y</td> <td>21</td> </tr> <tr> <td>人数</td> <td>5x</td> <td>6y</td> <td>108</td> </tr> </table></p> <p><場面絵> </p> <p><線分図> </p>		5人班	6人班	合計	班の数	x	y	21	人数	5x	6y	108
	5人班	6人班	合計										
班の数	x	y	21										
人数	5x	6y	108										
<p>⑩人数と料金の関係の問題を、連立方程式を用いて解く。 入館料は、大人3人と中学生5人では3,000円、大人2人と中学生3人では1,900円である。大人1人、中学生1人それぞれの入館料を求める。</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p> <p>場面絵で問題把握をし、式につなげるように。対応する絵と数を確認していく。</p>												
<p>⑪速さ・時間・道のりに関する問題を、連立方程式を利用して解決する。 りえさんは、家から1,400m離れた駅まで行くのに、はじめは分速80mで歩き、途中から分速120mで走ったところ、全体で15分かかった。りえさんの歩いた道のりと、走った道のりをそれぞれ求めなさい。</p>	<p><場面絵> </p> <p><線分図> </p>												

⑫本時
割合に関する問題を、連立方程式を利用して解決する。
問題文 オレンジジュースとアップルジュースを合わせて 200 L 作った。そのうち、オレンジジュースは 20%、アップルジュースは 10% が売れ残り、合わせて 32 L が売れ残った。オレンジジュースとリンゴジュースをそれぞれ何 L 作ったかを求める。

⑬割合に関する問題を、連立方程式を利用して解決する。(食塩水の濃度に関する問題)
濃度が 5% と 10% の 2 種類の食塩水を混ぜ合わせて、7% の食塩水を 300 g 作った。それぞれの食塩水を何 g ずつ混ぜ合わせたかを求める。

<場面絵>

<線分図>

<表>

	オレンジ	アップル	合計
用意したジュース	x	y	200
残ったジュース	$x \times \frac{20}{100}$	$y \times \frac{10}{100}$	32

<場面絵>

<表>

	5%の食塩水	10%の食塩水	合計
食塩水の重さ (g)	x	y	300
食塩の割合	$\frac{5}{100}$	$\frac{10}{100}$	$\frac{7}{100}$
食塩の重さ (g)	$x \times \frac{5}{100}$	$y \times \frac{10}{100}$	$300 \times \frac{7}{100}$

②授業における着目した生徒の様子

ア 問題文の数量関係を捉えることができたか

Fさんは、本章から取り組んでいる学習手順に従って学習を進めていった。はじめに基準量となる1をもとのジュースの量と決めることができた。さらに、20%や10%を割合に直すこともできていたので数量関係を正しく捉えることができていた。Gさんは、基準量となる1をもとのジュースの量と決めることまではできたが、残ったジュースの量を表現する事ができなかった。そこで、これまでのノートを振り返って確認したり、友達とコミュニケーションを図ったりして、残ったジュースの量を求めるには基準量となる1(x)の0.2倍すればよいことに気付き、数量関係を正しく捉えることができていた。

イ 場面絵や簡単な図から立式できたか

F: もとの量を表したいから、もとの量を表すにはx? オレンジの表し方はxで、アップルはyなので、 $x+y=200$ Lで、もとの量になって、残った量を比べられる量に表したかったので、 $x \times 20\% + y \times 10\%$ して残った量を表しました。
T: はい。っで、残った量はどれくらいだったの?
F: 32L。

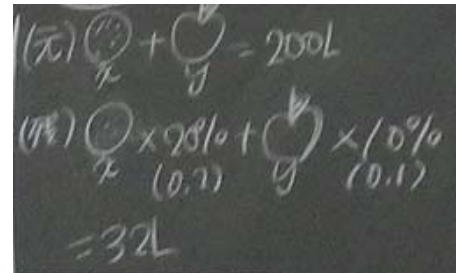


図13 Fさんの考え

Fさんは、自力思考では早い段階で問題文(表6 ⑫時間目)から場面絵(オレンジとアップルの絵)をかいていた。このオレンジとアップルの絵が基準量(もとの量)として捉えることができたことが、立式へとつながったと考える。また、学級全体に向けての説明も、場面絵を基に「何を表しているのか」を明確に伝えることができていた(図13)。Fさんは、はじめはオレンジジュースxの20%を $20x$ と式に表していたが、集団思考の際に20%は割合に直して0.2とすること気付く、 $0.2x$ とした。このことをきっかけに、アップルジュースも $0.1y$ にし、立式することができていた。

ウ 授業後の感想

Fさんは、図形化のよさについて「頭の中で整理して式に表すのは難しいけど、場面絵や簡単な図に1回表してみると、分からなかったところも少しは分かるようになるところがよさだと思う。」と、話している。このことから、自身が難しい問題だと判断した場合に問題文の数量関係を整理するために場面絵や簡単な図にすることで立式までの見通しがもてると感じていたことが分かる。Gさんは、「問題文だけだと長くて分かりづらくても、絵をかいたらわかりやすくなった。」と話している。場面絵や簡単な図が数量関係を捉えることや立式までの見通しをもつためのものとして捉えている。また、これまでは諦めることが多かったGさんだが、場面絵や簡単な図をかくことで「授業が分かるようになったり、問題が解けるようになったりした。」と話していた。

着目した生徒2名に共通していたことは、問題が難しくなっているが、場面絵や簡単な図は問題把握する際に整理できるもので、数量関係を正しく捉えるために数量関係に着目し、図形化するという数学

的な態度が育っていた。そのため、これまで諦めていた問題に対しても粘り強く取り組める姿がみられるようになったと考える。

Ⅲ 研究のまとめ

1 これまでの成果

(1) 着目した児童生徒について

小学校、中学校どちらの検証授業でも着目した児童生徒は自ら進んで問題文を捉えようと数量関係に着目して図形化しており、何をもと（基準量の1）にして考えればよいかなど立式につながる取組を行うことができた。また、着目した児童生徒たちの様子から、算数・数学が苦手と言っている児童生徒ほど図形化したものは単純な場面絵が多く、表現しやすい課題を設定することや、場面絵や簡単な図形を授業で取り入れることは効果があった。着目した児童生徒の授業後の感想からは、小学校、中学校、共に図形化することで問題の場面を整理し数量関係を正しく捉えることができ、そのよさに気付いていた。さらに、「また図形化してみよう」という意見を聞くことができた。また、これまで諦めてしまっていた問題に対しても図形化することで立式までの見通しをもち粘り強く取り組めていることは大きな成果といえるだろう。これらの成果が1時間の授業だけで達成されたものではなく、単元を通す取組や1年間を見通した取組によるものであることも児童生徒の感想から分かった。

(2) 予想されるつまずきに対する手立てについて

本研究会議では、検証する単元を「割合に関する単元（章）」に焦点を当てた。図形化という指導の工夫が小学校5年生の4月から12月まで、更に中学校へどの様につながっていくのかを系統的に検証することができた。また、一般的には図形化せずに自力思考に入る「割合」の授業を行えば、多くの児童生徒は数量関係を正しく捉えることができず、その後の授業についていくことはできない状況であったと考えられるが、4月から段階を踏んで数学的な態度が育った児童は、場面絵や簡単な図に表現することで、「何を求めればよいのか」「数と数の関係はどうなっているのか」が視覚的に捉え見通しをもって取り組むことができていた。

児童生徒が表した場面絵や簡単な図には、「1を決めて、その何倍か」という繰り返し用いる数学的な見方・考え方が用いられており、他者とコミュニケーションを図る際に、「基準量となる1を何に決めたのか」や「何を求めるのか」など問題文に内在する数量関係の「1を決めてその何倍か」に着目しながら整理し、立式までの見通しをもって学習に取り組むことにつながっていた。これは、担任が割合に関する学習で繰り返し用いられる数学的な見方・考え方を理解し、図形化を通して児童生徒に対して何に着目すればよいのかを示すことができていたからだと考える。

図形化を計画的に取り入れたことについては、問題文から児童生徒が表現すると予想される場面絵や簡単な図などをあらかじめ考えることで、基準量や比較量などが捉えにくい問題を把握することができ「1を決めて、その何倍か」を意識した授業を展開することができた。また、なかなか授業に向かうことができない生徒が、問題把握の工夫として図形化する学習手順を進めたところ、場面絵は必ずかくようになり、自力思考で場面絵から数量関係を正しく把握し、立式することができていた。問題の場面を設定する際には、児童生徒が図形化しやすいものになるようにした（基本的には教科書通り）。例えば、B小学校、C中学校ともに検証した授業の問題場面を液量にしたことで、小学校ではほとんどの児童が場面絵（リットルマス図）をかき、数量関係を捉えていた。また、その「場面絵（リットルマス図）の見方を変えると数直線図のように見える」という児童の発言から数直線図につながり、立式へとつなが

った。中学校でも場面絵を基に数量関係を捉えようとする生徒が多くいた。

このように、予想されるつまずきに対する手立てを講じることで数量関係が「分かった」や立式することが「できた」経験が積み重ねることで図形化のよさに気づき、数学的な態度が育成されていくことが分かった。

(3) 研究全体について

本研究会議の目的は、児童生徒が算数・数学の学習で「分かる」ことであった。検証授業を行った学級の4月と12月のアンケート結果(表2)を比較すると成果は明らかである。小学校、中学校ともに「授業が分かる」「どちらかという分かる」

表8 検証授業学級アンケート結果

項目	選択肢	B小学校		A小学校		C中学校	
		4月	12月	4月	12月	4月	12月
算数・数学の授業は分かりますか？	分かる	48	74	25	46	24	54
	どちらかという分かる	48	23	16	50	38	33
	どちらかという分からない	4	3	13	4	24	3
	分からない	0	0	46	0	14	9
学習で場面絵や簡単な図は使いますか？	使う	63	63	25	46	20	25
	どちらかというを使う	33	37	37	42	53	56
	どちらかというを使わない	4	0	25	12	15	11
	使わない	0	0	13	0	12	8

(単位は%)

と回答した児童生徒の割合は4月より12月の方が大幅に増加している。また、それに伴って「学習で場面絵や簡単な図は使うか」の回答を見てみると多くの児童生徒が「使う・どちらかというを使う」と回答していることが分かる。このことから、数量関係が捉えられず、諦めてしまったり、授業が進むのを待ったりするのではなく、まずは自分の考えを場面絵や簡単な図に表現し、それを基にコミュニケーションを図ることで問題解決に向うことができていると考える。児童生徒に対し、場面絵や簡単な図についての意見を自由記述で回答させた結果の内容を整理すると、小学校、中学校ともに「問題文に内在する数量関係を整理できること」や「図形化したものを基に立式できたり問題解決できたりすること」、「他者とのコミュニケーションの際に活用できること」、「他の問題にも活用できること」などの意見が多く挙げられた。図形化しなくても立式できる児童生徒も「自分の考えを伝えるとき」には使えると回答していた。本研究会議では、つまずいている児童生徒のための問題把握の工夫の一つとして図形化を教えたが、つまずいていない児童生徒が有用性を理解し、必要に応じて使うのも数学的な態度の育ちであり、成果と言える。

2 今後の課題

課題は二つ挙げられる。

一つ目は、着目していない児童生徒の若干名が立式につながらない場面絵や簡単な図をかいて悩んでいたことである。そうした児童生徒は最後まで問題解決することができていなかった。手立てとしては、悩んでいる児童生徒の図を積極的に取り上げ学級全体で考えたり、立式できた図とそうではない図を比較させたり、問題の場面に戻ったりしながら数量関係に着目させることなどが考えられるが、このことについては検証できていない。ただ場面絵や簡単な図にすればよいのではなく、教師がこれまで以上に単元を通して、問題文に内在している数量関係を分析し、児童生徒が数量関係に着目できるように問題文のどこに着目させるのかをより明確にできるように考えていかなければならない。また、立式につながらない場面絵や簡単な図の、どこに着目させれば数量関係を正しく捉えさせることができるかについても合わせて考えていく必要がある。

二つ目は、今回研究した数量関係を正しく捉えるための問題把握の工夫は、小学校高学年や中学校からでも効果があるということが検証授業から見えてきたが、さらに下の学年から取り組むことでより有効な手立てになると考える。具体的には、問題文に「あわせて」とあるから「たし算」という様に言葉

による演算決定を行うだけではなく、低学年から、問題文に内在する数量関係に着目させて図形化するなどして問題把握を行う必要があると考える。田中（2001）¹⁹は高学年の児童が数量関係を捉えることができない原因として、低学年のころから読んだ文章に具体的なイメージをもつことがないまま、式を書かされてきたことを挙げている。このことから小学校低学年から問題把握の工夫として、図形化を計画的に取り入れるなどの工夫を講じて、「数学的な見方・考え方」を働かせる態度を育てていく必要がある。

最後に、研究を進めるに当たり、ご支援、ご助言をくださいました講師の先生方、また、校長先生を始め学校教職員の皆様、そして研究の検証に協力してくださった児童生徒のみなさんに、心より感謝し厚くお礼を申し上げます。

【参考文献】

中原忠男『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』 聖文新社	1995年
田中博史『算数的表現力を育てる授業』 東洋館出版社	2001年
片桐重男『算数教育学概論』 東洋館出版	2012年
重松敬一 勝美芳雄 高澤茂樹 上田喜彦 高井五朗 『算数の授業で「メタ認知」を育てよう』 日本文教出版	2013年
植阪友理『数学的問題解決における図表活用』 風間書房	2014年
金本良通『数学的コミュニケーションを展開する授業構成原理』 教育出版	2014年
片桐重男『算数と数学の一貫した指導が学力を向上させる』 学事出版株式会社	2015年

【指導助言者】

岩手大学教育学部教授		山崎 浩二
川崎市立小学校算数教育研究会長	(川崎市立宮崎台小学校長)	佐藤 茂樹
川崎市立小学校算数教育研究会顧問	(川崎市立旭町小学校長)	小林 達也
川崎市立中学校教育研究会数学科部会長	(川崎市立田島中学校長)	福地 誠
川崎市立中学校教育研究会数学科副部会長	(川崎市立西生田中学校長)	榎原 真也
川崎市総合教育センター指導主事		宮嶋 俊哲

¹⁹田中博史『算数的表現力を育てる授業』 東洋館出版社 2001年